

DOI: 10.15838/esc.2019.1.61.8
УДК 519.21, 519.233.33, ББК 22.172

© Тихонова А.В.

Имитационное математическое моделирование системы подоходного налогообложения с использованием критерия Q-Тьюки*



**Анна Витальевна
ТИХОНОВА**

Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации
Москва, Российская Федерация, 125993, 4-й Вешняковский пр-д, д. 4
Российский государственный аграрный университет – МСХА
им. К.А. Тимирязева
Москва, Российская Федерация, 127550, Тимирязевская ул., д. 49
E-mail: AVTikhonova@fa.ru

Аннотация. Исследование посвящено разработке имитационной математической модели построения системы подоходного налогообложения. В работе использованы общенаучные методы познания (анализ, синтез), а также приемы имитационного математического моделирования и доказательства статистических гипотез. Указанный комплексный подход выполняется в 2 этапа, что является особенностью настоящего исследования в отличие от ранее опубликованных трудов в данной области. В качестве базового условия системы задана плоская шкала НДФЛ. Эффективная система подоходного налогообложения должна учитывать два обязательных условия. Первое условие – бюджетное – состоит в неснижении налоговых доходов консолидированного бюджета Российской Федерации. Второе условие – социальное – заключается в устранении чрезмерного социального неравенства в первых 5-ти децильных группах граждан по доходу. Для выполнения первого условия автором построена имитационная математическая модель, в которую заложены необлагаемые минимум и налоговые вычеты. Для соблюдения второго условия предложено использовать критерий Q-Тьюки, позволяющий оценивать степень социального неравенства не только в крайних децилях, но и при их попарном сравнении. Автором определено, что проверка социального условия может быть выполнена и с применением наименее существенных разниц

* Статья подготовлена по результатам исследований, выполненных за счет бюджетных средств по государственному заданию Финуниверситету в 2018 году.

Для цитирования: Тихонова А.В. Имитационное математическое моделирование системы подоходного налогообложения с использованием критерия Q-Тьюки // Экономические и социальные перемены: факты, тенденции, прогноз. 2019. Т. 12. № 1. С. 138–152. DOI: 10.15838/esc.2019.1.61.8

For citation: Tikhonova A.V. Mathematical simulation modeling of the income taxation system with the use of Tukey's Q-Test. *Economic and Social Changes: Facts, Trends, Forecast*, 2019, vol. 12, no. 1, pp. 138–152. DOI: 10.15838/esc.2019.1.61.8

(НСР). В завершение работы отмечено, что предлагаемая модель может быть использована и при отсутствии бюджетного ограничения. Автором представлены также дальнейшие направления развития методики в части создания системы дифференциальных уравнений, учитывающих налоговое, трудовое и другие законодательства.

Ключевые слова: имитационное математическое моделирование, критерий Q-Тьюки, математическая модель, подоходное налогообложение, социальное неравенство, плоская шкала, условия модели.

1. Введение. Постановка проблемы.

В Российской Федерации основу системы подоходного налогообложения составляет налог на доходы физических лиц (НДФЛ), взимаемый как с доходов резидентов (полученных от источников в России и за рубежом), так и с доходов нерезидентов (полученных от источников в России) по пропорциональной (плоской) шкале¹. Основная ставка налога составляет 13%. Для сравнения: в Австрии при наличии прогрессии она достигает 55%, в Бельгии, Израиле – 50%, в Нидерландах – 52%, во Франции, Германии, Греции – 45%. Важным элементом налогообложения граждан является также наличие налоговых вычетов, представляющих собой суммы расходов граждан на социально значимые или инвестиционные цели и уменьшающих налоговую базу (облагаемую по ставке 13%, кроме дивидендов).

На первый взгляд система налогообложения доходов граждан кажется более справедливой, чем в ряде экономически развитых стран Европы и США. Данная позиция объясняется, помимо прочего, низкой долей налогов, взимаемых с физических лиц, в ВВП (менее 4% в России, около 10% в США, от 8 до 10% в странах ЕС). Однако при более детальном анализе основных плательщиков подоходного налога выявлено, что в России высокая фискальная роль НДФЛ обеспечивается за счет поступлений от первых четырех групп населения по доходам (в разрезе квинтильного деления). Наоборот, в США, по данным Офиса бюджетных оценок, около 80% доходов от подоходного налога приходится на 5-ю квинтильную группу населения по доходам, при этом 4-я группа дает еще 14% налоговых поступлений.

¹ В контексте настоящего исследования понятия «плоская» и «пропорциональная» шкала налогообложения используются в качестве синонимов.

Действующие же налоговые вычеты предоставляются всем налогоплательщикам, вне зависимости от их материального положения. Небольшое исключение сделано в части вычетов на содержание детей (по 1400 рублей на первого и второго ребенка, по 3000 рублей на третьего и каждого следующего), выплата которых прекращается с месяца, в котором доход получающего его налогоплательщика, исчисленный нарастающим итогом с начала года, превысит 350 тыс. рублей. Стабильно, в течение всего года, данный вычет может получать только тот налогоплательщик, у которого среднемесячная заработная плата не превышает 29,2 тыс. рублей в месяц. Таким образом, право на такой несущественный для семейного бюджета налоговый вычет на детей имеют даже не все налогоплательщики, получающие среднюю по стране заработную плату, которая, по данным Росстата, в среднем по экономике составила за 2017 год 39,1 тыс. рублей. Одновременно с этим лица, получающие значительно более высокую заработную плату, на законном основании получают практически все предусмотренные законом вычеты (социальные, имущественные, инвестиционные).

В целях устранения описанной выше ситуации, сглаживания социального неравенства в Правительство неоднократно вносились законопроекты о реформировании отечественного НДФЛ. Однако большинство из этих предложений нацелены на установление прогрессивной шкалы налога и основаны на точечных изменениях в порядке исчисления НДФЛ. Более того, в соответствии с действующими указаниями Президента Российской Федерации, прогрессивная шкала налога на доходы физических лиц в ближайшие годы введена не будет. По нашему мнению, данное положение является обоснованным, во-первых, по финансовым соображениям – российский бюджет в настоящий

момент не готов к установлению прогрессии, обязательным элементом которой во всех развитых странах выступает необлагаемый минимум. Во-вторых, существует большое количество социальных рисков (увеличение теневого рынка заработной платы, сокращение рабочих мест), которые могут свести на нет все ожидаемые положительные фискальные эффекты от нововведений. Наконец, в-третьих, установление прогрессии предполагает обязательный контроль расходов граждан (с учетом их социального статуса), что в России пока неосуществимо. В противном случае прогрессивная шкала еще более усугубит вопросы социальной справедливости национального подоходного налогообложения.

Таким образом, наиболее эффективным и перспективным направлением совершенствования налогообложения доходов физических лиц является изменение плоской шкалы налога как в части налоговой ставки, так и отдельных элементов НДФЛ. Инструментами обеспечения скрытой прогрессии и усиления справедливости в налогообложении на основе перераспределения доходов различных слоев населения могут служить введение необлагаемого минимума и совершенствование системы налоговых вычетов по НДФЛ. Предлагаемые изменения должны носить комплексный характер, воздействуя на всю систему подоходного налогообложения и одновременно учитывая интересы всех участников налоговых правоотношений. Представляется чрезвычайно актуальным использование интегративных методов моделирования данной системы, в частности с применением математических приемов. Как отметил М.Ю. Андреев, «с помощью моделей удалось понять внутреннюю логику развития экономических процессов, скрывающуюся за видимой, часто, казалось бы, парадоксальной, картиной экономических явлений, которая не укладывалась в известные теоретические схемы. Опыт применения моделей показал, что они служат надежным инструментом анализа макроэкономических закономерностей, а также прогноза последствий макроэкономических решений при условии сохранения сложившихся отношений. Можно сказать, получилась целая „летопись“ российских экономических реформ, выраженная языком математических моделей» [1].

В этой связи целью настоящего исследования является разработка имитационной математической модели плоского подоходного налогообложения, нацеленной на сокращение социального неравенства и стабильное поступление НДФЛ в бюджет Российской Федерации.

2. Обзор литературы.

Стоит отметить, что инструменты математического моделирования достаточно широко используются в анализе налогообложения доходов физических лиц. Проведенный нами обзор научной литературы в данной области позволил выявить наиболее дискуссионные аспекты применения математических методов:

- соотношение фискальной нагрузки на капитал и трудовые доходы как фактор эффективности подоходного налогообложения [2; 3; 4];
- влияние прогрессивной шкалы налога на совокупные поступления в государственный бюджет [5];
- оценка теневого рынка доходов [6; 7].

А. Петручи использовал математическое моделирование для оценки налогообложения в зависимости от ориентации налоговой системы на капитал и трудовые доходы [8]. В частности, им были построены две модели: первая ориентирована на налогообложение только финансового капитала, вторая – капитала и трудовых доходов. Применение математического моделирования позволило автору определить оптимальное соотношение государственного стимулирования и налогообложения соответствующего вида доходов физических лиц в зависимости от выбранной модели. Вместе с тем подход А. Петручи не дает возможности оценить выполнение налогами социальной функции, так как не учитывает внутреннюю структуру населения по размерам доходов. Схожее исследование в части соотношения налоговой нагрузки на капитал и трудовые доходы было проведено Ч. Траном [9], который также пришел к выводу о том, что сочетание налогообложения капитала и трудовых доходов обеспечивает наибольший фискальный эффект для государства.

Значительное количество исследований посвящено использованию инструментов модели-

рования для оценки последствий установления прогрессивной шкалы подоходного налога. Так, Ching-Chong Lai, Chih-Hsing Liao использовали математическую модель для оценки влияния сложной прогрессивной шкалы на совокупные доходы государственного бюджета [10]. Ученым удалось доказать, что, используя модель Рикардо–Барро, учитывающую будущие ожидания населения при отложенном налогообложении, возможно определить Паретто-эффективную шкалу подоходного налога.

Интересен подход к оценке справедливости налогообложения Е.Ю. Лискиной [11]. Используя математическое моделирование, она показала, что эффективная налоговая нагрузка на труд обратно пропорциональна получаемому доходу. Вместе с тем методология автора вызывает дискуссию, так как в качестве результативного признака модели она использует совокупную нагрузку на труд (НДФЛ и страховые взносы), в то время как налогоплательщиком по данным фискальным платежам в России является и работник, и работодатель.

Р.О. Смирнов применил теоретико-игровую модель (задача принятия решения в условиях неопределенности), основу которой заложил С.В. Чистяков [12], для обоснования шкалы прогрессивного подоходного налога [13]. Достоинством модели автора является то, что она учитывает достаточное условие математической функции (прогрессивная шкала налога) и необходимое условие (максимизация поступлений в бюджет). В то же время указанная модель не позволяет оценить устранение социального неравенства, так как фактически она нацелена на нахождение только верхней и нижней границ шкалы подоходного налога.

Особый интерес представляет новаторский подход к оценке зависимости количества отклонений от уплаты налогов и степени социального неравенства [14]. Авторы с помощью кинетической модели, описываемой набором нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений, доказали, что эффект отклонения от налогообложения заключается в уменьшении численности средних классов и увеличении численности бедных и богатых классов. Ю.В. Сибирянская и М.Б. Кондра-

тенко на основе экономико-математического моделирования построили модель налоговой системы Украины, способствующую увеличению налоговой нагрузки на богатых граждан и выводу теневых доходов в правовое налоговое поле [15]. Однако использование для анализа только пакета «Принятие решения» является дискуссионным, так как построение модели в сервисах MS Excel возможно лишь на фактических данных. В исследовании авторы сделали несколько весьма существенных допущений (например, доля теневого сектора), что может подвергнуть сомнению результаты подобного анализа. Тем не менее при соответствующей статистической проверке результатов на достоверность данный подход может быть эффективным. В этой связи интересным представляется исследование Ю.Б. Мельникова, посвященное оценке адекватности математических и эконометрических моделей [16]. В частности, в настоящей работе мы использовали эталонный подход, раскрытый Ю.Б. Мельниковым, к оценке социального неравенства после налоговых нововведений.

Стоит отметить, что, в отличие от рассматриваемых методологий моделирования функций налогообложения, в нашем исследовании использован синергетический подход, основанный не только на математическом моделировании необходимого условия (неснижение поступлений в бюджет), но и на статистической проверке достаточного условия (сокращение социального неравенства).

3. Методология исследования.

В работе использованы общенаучные методы исследования (анализ, синтез), методы имитационного математического моделирования. При этом особое внимание уделено применению статистической методики проверки гипотез с использованием критерия Q-Тьюки. Нами представлен комплексный подход, состоящий в поэтапном применении математических и статистических инструментов. Это является особенностью настоящего исследования в отличие от ранее опубликованных трудов в данной области.

Методология нашего научного изыскания базируется на теоретических наработках в области подоходного налогообложения. В част-

ности, выстраиваемая имитационная математическая модель должна отвечать следующим условиям:

1. Бюджетное условие, состоящее в отсутствии снижения налоговых поступлений в бюджет Российской Федерации.

2. Социальное условие, состоящее в сокращении социального неравенства граждан и их расслоения по уровню доходов. В данном аспекте стоит отметить, что за счет только налоговых инструментов сократить существующий разрыв между крайними децилями доходов в 15,3 раза невозможно. Вместе с тем перераспределение доходов граждан в первой половине децилей посредством фискальных инструментов вполне вероятно.

Ранее нами было отмечено, что необходимым условием является бюджетное. Несмотря на то что полемика в области подоходного налогообложения, как правило, сводится к справедливости, в текущих экономических условиях обеспечение финансовой стабильности – первоочередная задача национальной политики (табл. 1).

Формирование двух условий предопределяет наличие двух этапов в системе имитационного моделирования. Для выполнения бюджетного условия использована математическая модель, для социального – статистическая проверка гипотез с использованием критерия Q-Тьюки.

Использование имитационной математической модели обосновано тем, что в результате многократного изменения параметрических характеристик возможно прогнозировать различные варианты развития системы подоходного налогообложения. Преимуществом этого подхода является то, что становится достижимым моделирование во времени объектов, реальные эксперименты с которыми трудно выполнимы или не реализуемы в принципе [17]. Более того, в имитационную модель могут быть добавлены новые параметры при соответствующем их экономическом обосновании.

Выбор статистического критерия обоснован экономическими предпосылками в содержании категории «социальное неравенство». Во многих источниках литературы оно оценивается в первую очередь такими показателями, как индекс Джини [18; 19] и коэффициент фондов (определяемый по различиям между крайними децильными группами граждан по доходам) [20]. По нашему мнению, действительно эффективная государственная политика должна быть нацелена на выравнивание доходов по всем десяти децилям, поэтому оценка крайних групп граждан представляется нам недостаточно объективной. Среди всего множества статистических критериев доказательства гипотез только критерий Q-Тьюки позволяет оценить равенство величин более чем по двум выборкам.

Таблица 1. Основные показатели консолидированного бюджета Российской Федерации, млрд. руб.

Показатель	2014	2015	2016	2017	2017 г. к 2014 г., %
Государственный долг Российской Федерации (на конец года)	10 299	10 952	11 110	11 560	112
Государственный внешний долг Российской Федерации (на конец года)	3 058	3 644	3 106	2 870	94
Государственный внутренний долг Российской Федерации (на конец года)	7 241	7 308	8 003	8 690	120
Объем Резервного фонда	3 121	4 426	3 421	913	29
Объем Фонда национального благосостояния	4 388	5 227	4 359	3 753	86
Дефицит/профицит бюджетов государственных внебюджетных фондов	-26	-680	-185	44	-172
Дефицит/профицит консолидированных бюджетов субъектов Российской Федерации	-448	-172	-13	-52	12
Дефицит/профицит федерального бюджета	-334	-1 955	-2 956	-1 331	399

Источник: рассчитано автором на основании данных Минфина России: <https://www.minfin.ru/ru/> (дата обращения: 20.07.2018).

В частности, с помощью математической модели можно определить адекватность бюджетному условию следующих авторских предложений:

1. Установление необлагаемого минимума доходов в Российской Федерации на уровне прожиточного минимума для трудоспособного населения (региональный уровень), скорректированного на ставку НДФЛ. Предполагается, что право использовать данный минимум будет только у тех граждан, средние доходы которых в предыдущем налоговом периоде не превысили двукратные прожиточные минимумы [21].

2. Увеличение размера стандартных налоговых вычетов на детей до размера прожиточного минимума на ребенка (региональный уровень) с ограничением права на его использование налогоплательщиками, у которых доход за предыдущий налоговый период не превысил среднегодовой показатель.

3. Ограничение права применения социальных вычетов на обучение для налогоплательщиков, у которых доход за предыдущий налоговый период превысил трехкратный среднегодовой показатель.

Для расчёта поступлений налога на доходы физических лиц, исходя из наших предложений, использованы следующие данные:

- показатели прогноза социально-экономического развития Российской Федерации на очередной финансовый год и плановый период (фонд заработной платы), разрабатываемого Минэкономразвития Российской Федерации;
- динамика налоговой базы по налогу согласно данным отчёта по форме № 5-НДФЛ;
- динамика налоговой базы по налогу согласно данным отчёта по форме № 7-НДФЛ;
- динамика фактических поступлений по налогу согласно данным отчёта по форме № 1-НМ;
- налоговые ставки, льготы и преференции, предусмотренные главой 23 НК РФ «Налог на доходы физических лиц», и другие источники;
- Регионы России. Социально-экономические показатели. 2017: стат. сб. / Росстат. М., 2017. 1402 с. (возрастной состав населения; уровень участия в рабочей силе; среднегодовая численность занятых; среднемесячная номинальная начисленная заработная плата ра-

ботников организаций; среднедушевые денежные доходы населения; структура денежных доходов населения; численность населения с денежными доходами ниже величины прожиточного минимума; потребительские расходы в среднем на душу населения; численность студентов, обучающихся по программам бакалавриата, специалитета, магистратуры; численность студентов, обучающихся по программам подготовки квалифицированных рабочих, служащих).

4. Результаты исследования.

4.1. Математическое уравнение бюджетного условия.

Для построения пропорциональной шкалы подоходного налогообложения необходимо разбить всех налогоплательщиков на группы в соответствии с разработанной нами ранее моделью плоского налогообложения (по размеру их дохода – с учетом наличия права применения для одной группы необлагаемого минимума; по ограничению в праве получения социальных и стандартных налоговых вычетов).

Таким образом, совокупность налогоплательщиков должна быть разделена на следующие группы:

- 1) физические лица, имеющие право на применение необлагаемого минимума;
- 2) физические лица, имеющие право на получение стандартных вычетов на детей;
- 3) физические лица, имеющие право на получение социальных налоговых вычетов на обучение;
- 4) прочие физические лица, получающие доходы по ставке 13% и имеющие право на остальные налоговые вычеты (кроме дивидендов);
- 5) физические лица, получающие доходы по иным налоговым ставкам, в т.ч. дивиденды по ставке 13% (число групп после пятой зависит от числа налоговых ставок по НДФЛ).

Будем считать, что число таких групп равно m (количество уровней). Распределим эти группы в порядке увеличения среднего дохода налогоплательщиков в группе (представлено выше) и дадим им соответствующий индекс $i = 1; 2; \dots m$ [22].

В соответствии с действующими нормами российского налогового законодательства, всех российских налогоплательщиков можно разде-

лить на 9 уровней: первые четыре группы по доходу и по ставкам – 9%, 13% (дивиденды), 15%, 30%, 35% ($m = 9$).

Каждая группа имеет свою налогооблагаемую базу S_{0i} (1):

$$\sum_{i=1}^m S_{0i} = S_0, \quad (1)$$

в которой S_0 – налогооблагаемая база, определяемая по действующим правилам.

При плоской шкале налогообложения (фиксированная ставка налога n_0) общий налог на личный доход будет определяться следующим образом (2):

$$C_0 = S_0 \times n_0 = \sum_{i=1}^m S_{0i} \times n_0. \quad (2)$$

Для пропорциональной налоговой шкалы с учетом авторских предложений введем следующие обозначения:

n_i – новые налоговые ставки;

q_k^i – количество налогоплательщиков в каждой группе субъекта Российской Федерации;

k – порядковый номер субъекта Российской Федерации;

M_k – размер необлагаемого минимума на ребенка в k -м субъекте Российской Федерации;

D_k – размер прожиточного минимума на ребенка в k -м субъекте Российской Федерации;

d_k^i – количество налоговых вычетов на детей, полученных налогоплательщиками 1 и 2 групп в прошлом налоговом периоде в k -м субъекте Российской Федерации;

O_i^k – сумма стандартных налоговых вычетов, полученная налогоплательщиками i -й группы в прошлом налоговом периоде в k -м субъекте Российской Федерации;

C_i^k – сумма социальных налоговых вычетов, полученная налогоплательщиками i -й группы в прошлом налоговом периоде в k -м субъекте Российской Федерации.

Изменения по имущественным налоговым вычетам не заложены в модель в связи с высокой степенью предлагаемой их дифференциации.

Таким образом, в случае авторских изменений:

1. Выпадающая налоговая база за счет предоставления необлагаемого минимума по НДФЛ в 1 группе определена как

$$\sum_{k=1}^{k=85} q_{ki} \times 12M_k.$$

2. Выпадающая налоговая база за счет предоставления стандартных вычетов на детей по НДФЛ в 1 и 2 группах определена как

$$\sum_{k=1}^{k=85} d_{ki} \times 12D_k.$$

3. Дополнительная налоговая база за счет введения ограничения на право пользования стандартными вычетами на детей определена как $\sum_{k=1}^{k=85} (O_3^k + O_4^k)$.

4. Дополнительная налоговая база за счет введения ограничения на право пользования социальными налоговыми вычетами на обучение определена как $\sum_{k=1}^{k=85} C_4^k$.

При плоской шкале налогообложения (при принятии предлагаемых изменений и ставок n_i) совокупные поступления по налогу на доходы физических лиц будут определяться следующим образом (3):

$$C_1 = (S_{01} - \sum_{k=1}^{k=85} q_k^1 \times 12M_k - \sum_{k=1}^{k=85} d_k^1 \times 12D_k) \times n_i + (S_{02} - \sum_{k=1}^{k=85} d_k^2 \times 12D_k) \times n_i + (S_{03} + S_{04} + \sum_{i=3}^{i=4} \sum_{k=1}^{k=85} O_i^k + \sum_{k=1}^{k=85} C_4^k) \times n_i + \sum_{i=5}^m S_{1i} \times n_i. \quad (3)$$

Таким образом, для выполнения бюджетного условия неравенство имитационной математической модели плоского налогообложения должно иметь следующий вид (4):

$$\sum_{i=1}^m S_{0i} \times n_0 \leq (S_{01} - \sum_{k=1}^{k=85} q_k^1 \times 12M_k - \sum_{k=1}^{k=85} d_k^1 \times 12D_k) \times n_i + (S_{02} - \sum_{k=1}^{k=85} d_k^2 \times 12D_k) \times n_i + (S_{03} + S_{04} + \sum_{i=3}^{i=4} \sum_{k=1}^{k=85} O_i^k + \sum_{k=1}^{k=85} C_4^k) \times n_i + \sum_{i=5}^m S_{1i} \times n_i. \quad (4)$$

Примечание. С позиции оценки социального неравенства при разработке математической модели исследуются отличия по автономным округам и областям, в которые они входят,

отдельно: например, Ханты-Мансийский автономный округ—ЮГРА, Ямало-Ненецкий автономный округ и Тюменская область без автономных округов. Таким образом, общее количество субъектов определено как 85 единиц.

Разработанная математическая модель наглядно демонстрирует, что предложения в части совершенствования системы подоходного налогообложения, основанные на применении плоской шкалы и системы налоговых вычетов, нацелены одновременно на повышение реальной нагрузки на граждан с доходами выше среднего и на снижение нагрузки для категорий низкодоходных граждан. В этом и состоит социальное условие модели подоходного налогообложения, для обоснования ее эффективности необходимо провести второй этап исследования — статистическую оценку достоверности выполнения достаточного условия.

4.2. Статистическая проверка социального условия.

Переход от действующей к предлагаемой модели пропорционального подоходного налогообложения нацелен на усиление социальной направленности налога за счет перераспределения налоговой нагрузки среди различных групп населения. Расчет социального эффекта в подоходном налогообложении является важной составляющей государственной налоговой политики.

Как уже было отмечено ранее, устранить существующее расслоение в доходах между самыми богатыми и самыми бедными гражданами с помощью налоговой шкалы невозможно. По самым грубым подсчетам, с учетом того что коэффициент фондов в России в 2017 году состав-

ляет 15,3, а нормативное его знание не превышает 10, налоговая ставка у десятого дециля при простой прогрессивной шкале должна составлять не менее 45%, что несет значительные экономические, политические и социальные риски.

В этой связи в качестве оценки социального выравнивания мы рассматриваем только нижние 5 децилей, в которых расслоение действительно может быть сокращено путем использования налоговых инструментов.

В качестве индикаторов выравнивания (показателей 2-го этапа системы) целесообразно использовать среднедушевые доходы после налогообложения по децильным группам.

В соответствии с нормативом распределение населения по децильным группам должно выглядеть следующим образом (табл. 2).

Исходя из представленных нормативных значений на втором этапе проверки адекватности модели социальному условию необходимо определить соответствие (несоответствие) фактического распределения среднего дохода после налогообложения теоретическому. Для этого целесообразно использовать критерий Q-Тьюки. Он применим, так как выполняются следующие условия:

- 1) численность населения по децильным группам одинакова: $n_1 = n_2 = \dots = n_m$;
- 2) возможно задать целевые значения среднедушевых доходов по 5 нижним децилям.

Зная фактические среднедушевые денежные доходы по децильным группам x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 , соответствующие средние, подлежащие проверке на равенство, при нормативах коэффициента фондов (1, 2, 3, 4, 5) составят: $5x_1, 5/2x_2, 5/3x_3, 5/4x_4, x_5$.

Таблица 2. Нормативное распределение населения по децильным группам*

Показатель	№ группы									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Доля численности, %	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Доля принадлежащего децилю дохода, %	a	2a	3a	4a	5a	6a	7a	8a	9a	10a
Коэффициент фондов (каждый дециль к 1)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

* Определено автором исходя из нормативного значения коэффициента фондов ($10 = 10a/a$); a – доля нижнего дециля в структуре дохода.
 Источник: составлено автором.

Использование критерия Q-Тьюки для определения равенства или неравенства средних проводится в несколько этапов:

1. Расчет среднего дохода после налогообложения $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_m$ по формуле средней арифметической простой для каждой из 5-ти децильных групп.

2. Рассчитанные среднедушевые доходы ранжируются в порядке возрастания (совпадают с порядковым номером дециля) (5):

$$\bar{X}_1, \pi \bar{X}_2, \pi \bar{X}_3, \pi \dots, \pi \bar{X}_m. \quad (5)$$

3. Между соседними среднедушевыми доходами находятся разницы (первого порядка) (6):

$$\bar{X}_2 - \bar{X}_1; \bar{X}_3 - \bar{X}_2. \quad (6)$$

4. По аналогии определяются разницы между среднедушевыми доходами, расположенными в ранжированном ряду через один дециль (разницы второго порядка), два дециля (третьего порядка) и 3 дециля (четвертого порядка) (7):

$$\bar{X}_3 - \bar{X}_1; \bar{X}_4 - \bar{X}_2. \quad (7)$$

5. Для каждого значения разницы необходимо выдвинуть 2 гипотезы: нулевая (H_0) – среднедушевые доходы по децильным группам между собой равны (цель социального выравнивания достигнута); альтернативная (H_A) – среднедушевые доходы по децильным группам между собой не равны (цель социального выравнивания не достигнута).

6. По каждому отклонению среднедушевых доходов (пара децилей) рассчитывается средняя ошибка (8):

$$m = \sqrt{\frac{S_{\text{вг}}^2}{n_m}}, \quad (8)$$

где $S_{\text{вг}}^2$ – дисперсия внутри каждого дециля, n – численность населения в каждой децильной группе.

7. Для разностей первого порядка находится фактическое значение критерия путем их деления на среднюю ошибку выборки (9):

$$Q_{\text{факт}(1)} = \frac{\bar{X}_2 - \bar{X}_1}{m}, Q_{\text{факт}(2)} = \frac{\bar{X}_3 - \bar{X}_2}{m}. \quad (9)$$

Фактические значения параметра Q-Тьюки сравниваются с табличным (одно для всех разностей первого порядка). Табличное значение зависит от трех характеристик: уровня значимости (целесообразно задавать на уровне 95%), числа степеней свободы и величины $k=2$ для разностей первого порядка. Если $Q_{\text{факт}} > Q_{\text{табл}}$, то принимается альтернативная гипотеза (цель социального выравнивания не достигнута), в противном случае принимается нулевая гипотеза.

8. По аналогии определяется и фактическое значение критерия для разностей второго, третьего и четвертого порядка. Единственное отличие состоит в том, что для определения табличного значения Q-Тьюки применяется коэффициент k , равный 3, 4 и 5 (соответственно).

В продолжение разработанной методологии отметим, что, вместо доказательства статистических гипотез, устранение социального неравенства в нижних децилях можно установить и путем сравнения попарных разниц в средних доходах с НСР (наименее существенной разницей). В данном случае НСР определяется по формуле 10:

$$\text{НСР} = Q_{\text{табл}} \times m. \quad (10)$$

В случае когда фактические разности меньше или равны НСР, чрезмерное социальное неравенство признается устраненным. Если фактические разности больше НСР, необходима доработка подоходной модели налогообложения, так как она не отвечает социальному условию.

4.3. Апробация математической модели и проверка ее условий.

Согласно разработанной математической модели, были определены объемы выпадающих доходов консолидированных бюджетов каждого из субъектов Российской Федерации, использованные впоследствии для соблюдения бюджетного условия модели. Методология расчета выпадающих доходов основана на использовании средних характеристик, так как при таком способе исчисления положительные и отрицательные отклонения взаимопогашаются.

При оценке использовались следующие допущения:

1. Прожиточный минимум на трудоспособное население, на ребенка использован по состоянию на 4 квартал 2017 года.

2. Численность занятого населения с доходами ниже прожиточного минимума скорректирована на среднероссийский показатель — «Доля населения трудоспособного возраста» (56%).

3. При расчете показателей «Доля населения, у которого среднедушевые доходы находятся в пределах от 1 до 2 необлагаемых минимумов» и «Доля населения, у которого доход не превышает среднемесячный размер начисленной заработной платы» границы доходов определены на основании статистических данных о распределении численности населения по размерам доходов с учетом поправочных коэффициентов. Указанные коэффициенты определены экспертным методом, так как границы групп не совпадают в точности с размером прожиточного минимума.

4. Количество физических лиц, фактически имеющих право на применение стандартных вычетов на детей по новым правилам с учетом коэффициента 0,25. Данный коэффициент определен на основании средних фактических показателей статистической отчетности ФНС за 2016 год (каждое 4 физическое лицо, получившее доходы, использовало налоговый вычет на ребенка — Форма 5-НДФЛ).

5. В качестве среднего количества детей в семье по субъекту Российской Федерации использован суммарный коэффициент рождаемости, который показывает, сколько в среднем

родила бы одна женщина на протяжении всего репродуктивного периода (то есть от 15 до 50 лет) при сохранении в каждом возрасте уровня рождаемости того года, для которого вычисляется показатель. Его величина не зависит от возрастного состава населения и характеризует средний уровень рождаемости в данном календарном году.

6. Среднее количество месяцев получения налогового вычета по действующим нормам НК РФ определено как частное от деления 350 000 руб. (предельная сумма доходов для получения вычета) на среднемесячную номинальную начисленную заработную плату.

7. Для оценки структуры студентов (по источникам финансирования) с целью расчета контингента студентов использованы статистические данные Высшей школы экономики². В 2016 году удельный вес обучающихся за счет бюджетов (федерального, бюджетов субъектов РФ, местных бюджетов) составил 47,4% от общей численности студентов. Исходя из данной доли определено количество студентов, обучающихся на контрактной основе.

При расчете контингента получателей вычетов на обучение использована средняя доля расходов на обучение по 9–10 децильным группам населения по уровню доходов. Показатель определен по данным выборочных обследований бюджетов домашних хозяйств³ (табл. 3).

Таблица 3. Расчет контингента получателей социальных вычетов на обучение, 2016 год

Показатель	В среднем	Децильные группы									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Услуги в системе высшего образования в расчете на 1 человека, тыс. руб.	67,7	3,3	11,1	24,9	37,3	86,0	77,2	102,4	123,3	110,6	101,2
Количество человек в децильных группах, тыс. чел	146,8	146,8	146,8	146,8	146,8	146,8	146,8	146,8	146,8	146,8	146,8
Расходы на образование в вузах, тыс. руб.	9943	48	163	365	548	1262	1134	1504	1810	1623	1486
Структура расходов на обучение по децильным группам, %	100,0	0,5	1,6	3,7	5,5	12,7	11,4	15,1	18,2	16,3	14,9

Источник: составлено автором по данным Росстата.

² Образование в цифрах: 2018: крат. стат. сб. / Л.М. Гохберг, Г.Г. Ковалева, Н.В. Ковалева и др.; Нац. исслед. ун-т «Высшая школа экономики». М.: НИУ ВШЭ, 2018. 80 с. 200 экз. ISBN 978-5-7598-1767-3 (в обл.)

³ www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/population/level/

Таблица 4. Расчет объема выпадающих доходов, подлежащих возмещению

№ п/п	Вид доходов	Сумма, тыс. руб.
1.	Совокупная сумма выпадающих доходов бюджетов от предоставления необлагаемого минимума доходов, тыс. руб.	591 268 463
2.	Сумма выпадающих налоговых доходов за счет увеличения стандартных вычетов на детей, тыс. руб.	300 863 887
3.	Условная сумма налоговых вычетов на 1, 2 и последующих детей, тыс. руб.	10 886 584
4.	Сумма дополнительных доходов бюджета за счет введенного ограничения на социальные налоговые вычеты, тыс. руб.	9 509 508
5.	Итоговая сумма дополнительно выпадающих доходов бюджета, тыс. руб. (1+2-3-4)	871 736 258

Источник: рассчитано автором.

Таким образом, доля налоговых вычетов, которые получали ранее налогоплательщики двух высших децильных групп (условно – с доходами выше 3-х средних уровней), составляет 31,2%.

В таблице 4 представлены итоговые выпадающие доходы бюджета ($\sum V_{\text{ДВОЗМ}}$).

Совокупная оценка по Российской Федерации показала, что в случае внедрения предлагаемых изменений сумма выпадающих доходов консолидированного бюджета Российской Федерации составит порядка 871,7 млрд. руб.

Исследование нужно продолжить для того, чтобы определить, на сколько необходимо повысить базовую ставку НДФЛ для компенсации указанной суммы выпадающих доходов (ДНС), то есть выполнить бюджетное условие модели (11):

$$\begin{aligned} \text{ДНС} &= \frac{\sum V_{\text{ДВОЗМ}}}{\sum_{i=1}^m S_{0i} \times n_0} = \\ &= \frac{871\,736\,257\,752}{31\,751\,561\,775\,600} \times 100 = 2,7 \text{ п. п.} \end{aligned} \quad (11)$$

Поскольку при расчете дополнительной ставки учитывался только показатель среднемесячной номинальной начисленной заработной платы, то есть трудовые доходы граждан, полагаем возможным увеличение базовой ставки НДФЛ на 2 п.п., а не на 2,7 п.п. По данным за 2016 год налогоплательщиками задекларировано иных доходов, облагаемых по базовой ставке, на сумму 5 трлн. руб., с учетом среднего уровня инфляции (5,88% – 2018 к 2016 году) дополнительно будут получены налоги с базы 5,3 трлн. руб.

Далее определим целесообразность дополнительного увеличения ставки налога для обе-

спечения прироста поступлений с учетом покупательной способности населения. Для этого проверим выполнение следующего неравенства (12):

$$\begin{aligned} 36709,2 \times 105,88 \times (1 - 0,13 - 0,02) &\geq \\ &\geq 1,5 \times 16087,92 \times 105,88 \quad (12) \\ 33037,55 &\geq 25550,83. \end{aligned}$$

При увеличении базовой ставки налога на доходы физических лиц на 2 п.п. (до 15%) возможно использование наших предложений в части налоговых вычетов и необлагаемого минимума с одновременным соблюдением бюджетного условия (несокращения объема поступлений в бюджеты). Вместе с тем для отдельных субъектов Российской Федерации возможно сокращение доходов (за счет низкого уровня оплаты труда), которое необходимо компенсировать предоставлением дотаций на выравнивание бюджетной обеспеченности.

Далее проведена оценка модели в отношении выполнения социального условия (табл. 5).

Вычислим среднюю ошибку выборок, опираясь в расчетах на остаточную дисперсию признака, обусловленную случайными факторами⁴ (13).

$$m = \sqrt{\frac{S_{\text{ост}}^2}{n}} = \sqrt{\frac{931442005166400}{146674541}} = 2520 \text{ руб.} \quad (13)$$

⁴ В связи с отсутствием фактических данных расчет остаточной дисперсии осуществлялся на основании данных о среднедушевых доходах по субъектам федерации, взвешенных на численность населения по каждому из субъектов.

Таблица 5. Расчет преобразованных переменных для определения критерия Q-Тьюки

Доходная группа	Доля группы от общего объема денежных доходов населения, %	Среднедушевые денежные доходы, руб. в месяц	Среднедушевые денежные доходы после изменения законодательства, руб. в месяц	Расчет преобразованных переменных	Преобразованные значения среднедушевых доходов для расчета критерия Тьюки, руб. в месяц
Первая	1,9	5 983	6 877 (x_1)	$5x_1$	34 385
Вторая	3,4	10 368	11 668 (x_2)	$5/2 \cdot x_2$	29 170
Третья	4,5	13 704	15 004 (x_3)	$5/3 \cdot x_3$	25 007
Четвертая	5,6	17 107	18 407 (x_4)	$5/4 \cdot x_4$	23 009
Пятая	6,8	20 875	22 175 (x_5)	$5/5 \cdot x_5$	22 175

Источник: рассчитано автором.

Таблица 6. Фактическое и табличное значения критерия Q-Тьюки

Разность средних величин		Значение разности, руб.	Значение критерия Q-Тьюки	
			Фактическое	Табличное
Первого порядка	$x_1 - x_2$	5 215	2,069	3,261
	$x_2 - x_3$	4 163	1,652	
	$x_3 - x_4$	1 998	0,793	
	$x_4 - x_5$	834	0,331	
Второго порядка	$x_1 - x_3$	9 378	3,722	4,041
	$x_2 - x_4$	6 161	2,445	
	$x_3 - x_5$	2 832	1,124	
Третьего порядка	$x_1 - x_4$	11 376	4,514	4,529
	$x_2 - x_5$	6 995	2,776	
Четвертого порядка	$x_1 - x_5$	12 210	4,845	4,886

Источник: рассчитано автором.

Для доказательства гипотезы рассчитаны фактические значения критерия Q-Тьюки (табл. 6).

Нулевые гипотезы о равенстве средних по всем парам должны быть приняты, так как фактические значения критерия Тьюки меньше соответствующих критических значений. С вероятностью ошибки 5 случаев из 100 можно утверждать, что средние значения доходов с точки зрения их оптимального распределения существенно не различаются по децильным группам. Следовательно, цель выравнивания доходов в нижних децилях достигнута.

5. Выводы.

Научная новизна исследования заключается в разработке новой пропорциональной модели подоходного налогообложения физических лиц, содержащей в себе элементы скрытой прогрессии (необлагаемый минимум, усовершенствованная система налоговых вычетов по налогу на доходы физических лиц).

Теоретическую значимость представляет разработанный нами подход к моделированию, основанный на синергии математических и статистических методов. Преимущество предлагаемой методологии состоит в том, что, в отличие от большинства существующих подходов к оценке влияния на социальное неравенство через соотношение доходов в крайних децилях, она позволяет оценить степень расслоения населения по каждой паре децилей отдельно. В случае обнаружения сильной степени расслоения только по отдельным децилям государство получает возможность разработки целевых налоговых льгот (или иных точечных инструментов стимулирования) для определенной группы граждан.

Более того, разработанная методология может быть использована и в условиях отсутствия бюджетного ограничения. В данном случае математическую модель необходимо трансформировать, изменив правую часть уравнения (4)

на целевое (ожидаемое) значение налоговых поступлений по налогу на доходы физических лиц (C_p). Однако в такой ситуации необходима экспертная оценка ожидаемых поступлений, что вносит в модель антропогенный фактор, искажающий действительную статистическую оценку параметров подоходного налогообложения.

Практическая значимость результатов исследования заключается в возможности использования материалов и обобщений, содержащихся в НИР, Министерством финансов Российской Федерации для целей совершенствования системы подоходного налогообложения граждан, Федеральной налоговой службой для целей налогового планирования и прогнозирования величины налоговых вычетов; Министерством экономического развития Российской Федерации для оценки совокупных финансовых последствий и выпадающих доходов бюджетов бюджетной системы Российской Федерации.

Использование математического моделирования в качестве инструментария для обоснования справедливой системы подоходного налогообложения является наиболее обоснованным с точки зрения оценки всех закладываемых в налоговую реформу условий (обязательных, до-

статочных, необходимых). Вместе с тем применение подобных моделей для определения прогнозов поступлений по НДФЛ на долгосрочный период не целесообразно. Отрыв от экономической теории является главным недостатком моделирования, так как любая социально-экономическая система в ней представлена только математическим выражением. Оно не учитывает изменения мировой конъюнктуры, политические преобразования, изменения законодательства.

Как было отмечено ранее, налоги не панацея от социального неравенства, для решения такой важной народнохозяйственной задачи только фискального регулирования недостаточно. В данном аспекте эволюция нашего исследования может заключаться в создании целой системы уравнений, учитывающей как налоговое, так и другие виды законодательства – трудовое, социальное, кредитное. С учетом того что все ограничения задать в виде математической функции достаточно проблематично (в отличие от фискального ограничения, используемого в нашей модели), целесообразно разрабатывать однородную систему дифференциальных уравнений, где ограничения будут сформулированы в виде пределов некоторых функций.

Литература

1. Технология моделирования экономики и модель современной экономики России / М.Ю. Андреев, И.Г. Поспелов, И.И. Поспелова, М.А. Хохлов. М.: МИФИ, 2007. 262с.
2. Roger H. Gordon, Koczuk W. The choice of the personal income tax base. *Journal of Public Economics*, 2017, vol. 118, pp. 97-110
3. Lehmann E., Marical F., Rioux L. Labor income responds differently to income-tax and payroll-tax reforms. *Journal of Public Economics*, 2013, vol. 99, pp 66-84.
4. Long X., Pelloni A. Factor income taxation in a horizontal innovation model. *Journal of Public Economics*, 2017, vol. 154, pp. 137-159.
5. Morini M., Pellegrino S. Personal income tax reforms: A genetic algorithm approach. *European Journal of Operational Research*, 2018, vol. 264, no. 3, pp. 994-1004.
6. Kovárnik J., Hamplová E. Value tax equity and tax literacy as causality of tax incidence. *International Journal of Economics and Statistics*, 2013, vol. 1, no. 2, pp. 68-76.
7. Daniel M. Hungerman Public goods, hidden income, and tax evasion: Some nonstandard results from the warm-glow model. *Journal of Development Economics*, 2014, vol. 109, pp. 188-202.
8. Petrucci A. Optimal income taxation in models with endogenous fertility. *Journal of Macroeconomics*, 2015, vol. 43, pp. 216-225.
9. Tran Ch. Temptation and taxation with elastic labor. *Economic Modelling*, 2018, vol. 70, pp. 351-369.
10. Ching-Chong L., Chih-Hsing L. Optimal nonlinear income taxation with productive government expenditure. *International Review of Economics & Finance, Elsevier*, 2012, vol. 22(1), pp. 66-77.

11. Лискина Е.Ю. Некоторые математические модели налогов и сборов в России // Вестник Рязанского государственного университета им. С.А. Есенина. 2014. № 2 (43). С. 168-182.
12. Смирнов Р.О., Чистяков С.В. Моделирование выбора регрессивной шкалы единого социального налога // Вестник Санкт-Петербургского университета. Экономика. 2003. № 4 (29). С. 79-85.
13. Смирнов Р.О. Моделирование выбора параметров шкалы подоходного налога // Вестник Санкт-Петербургского университета. Экономика. 2011. № 4. С. 141-148.
14. Bertotti M.L., Modanese G. Micro to macro models for income distribution in the absence and in the presence of tax evasion. *Applied Mathematics and Computation*, 2014, vol. 244, pp. 836-846.
15. Sybiryanska Yu.V., Kondratenko M.B. The new model of the tax system of Ukraine: the redistribution of the tax burden. *Business Inform*, 2014, no. 7, pp. 276-283.
16. Мельников Ю.Б., Онохина Е.А., Шитиков С.А. Улучшение адекватности экономических моделей // Известия Уральского государственного экономического университета. 2018. Т. 19. № 1. С. 94-106.
17. Миронов В.В., Смирнов А.В. К проблеме математического моделирования имитационных моделей социально-экономического развития региона // Корпоративное управление и инновационное развитие экономики Севера: Вестник Научно-исследовательского центра корпоративного права, управления и венчурного инвестирования Сыктывкарского государственного университета. 2012. № 3. С. 8.
18. Allanson P. Income stratification and between-group inequality. *Economics Letters*, 2014, vol. 124, no. 2, pp. 227-230.
19. Molero-Simarro R. Inequality in China revisited. The effect of functional distribution of income on urban top incomes, the urban-rural gap and the Gini index, 1978–2015. *China Economic Review*, 2017, vol. 42, pp. 101-117.
20. Khosravi Tanak A., Mohtashami Borzadaran G. R., Ahmadi J. Entropy maximization under the constraints on the generalized Gini index and its application in modeling income distributions. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 2015, vol. 438, pp. 657-666.
21. Тихонова А.В. Необлагаемый минимум по НДФЛ как инструмент социализации налоговой системы России // Налоги. 2018. № 4. С. 36-40.
22. Kalinina O. Economic-mathematical Models of Progressive Income Taxation in Russia. *International Journal of Economics and Statistics*, 2015, vol. 3, pp. 39-47.

Сведения об авторе

Анна Витальевна Тихонова – кандидат экономических наук, доцент, Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации (125993, Российская Федерация, г. Москва, 4-й Вешняковский пр-д, д. 4; e-mail: AVTikhonova@fa.ru); Российский государственный аграрный университет – МСХА им. К.А. Тимирязева (127550, Российская Федерация, г. Москва, Тимирязевская ул., 49)

Tikhonova A.V.

Mathematical Simulation Modeling of the Income Taxation System with the Use of Tukey's Q-Test

Abstract. The study deals with the development of a mathematical simulation models for the income taxation system. The paper uses general scientific research methods (analysis, synthesis), mathematical simulation modeling techniques and substantiation of statistical hypotheses. This comprehensive approach is carried out in two stages; this fact distinguished our present study from previously published works on the subject. Flat personal income tax rate is assumed as a basic condition of the system. An effective system of income taxation should take into account two mandatory conditions. The first condition relates to the budget and consists in the non-reduction of tax revenues of the consolidated budget of the Russian Federation. The second – social – condition is to eliminate excessive social inequality in the first

five decile groups of citizens by income. In order to fulfill the first condition, we create a mathematical simulation model, which includes non-taxable minimum and tax deductions. In order to comply with the second condition, we propose to use Tukey's q-test, which allows us to assess the degree of social inequality not only in the extreme deciles, but also in their pairwise comparison. We determine that the social condition can be tested with the use of the least significant differences (LSD). In conclusion, we note that our model can be used in the absence of budget constraints. Besides, we propose further directions to develop the methodology and create a system of differential equations that take into account tax, labor and other legislation.

Key words: mathematical simulation modeling, Tukey's q-test, mathematical model, income taxation, social inequality, flat-rate taxation system, model conditions.

Information about the Author

Anna V. Tikhonova – Candidate of Sciences (Economics), Associate Professor, Financial University under the Government of the Russian Federation (4, 4th Veshnyakovsky Avenue, 125993, Moscow, Russian Federation; e-mail: AVTikhonova@fa.ru)

Статья поступила 23.07.2018.