

DOI: 10.15838/esc.2020.6.72.7

УДК 004.942, ББК 22.18

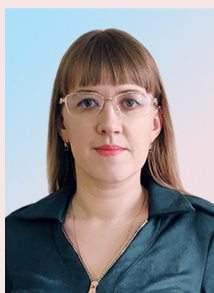
© Кетова К.В., Вавилова Д.Д.

## Оценка тенденций изменения человеческого капитала социально-экономической системы на основе применения алгоритма нейросетевого прогнозирования



**Каролина Вячеславовна  
КЕТОВА**

Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова  
Ижевск, Удмуртская Республика, Российская Федерация, 426069,  
ул. Студенческая, д. 7  
E-mail: ketova\_k@mail.ru  
ORCID: 0000-0001-7143-1930; ResearcherID: AAB-9383-2020



**Дайана Дамировна  
ВАВИЛОВА**

Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова  
Ижевск, Удмуртская Республика, Российская Федерация, 426069,  
ул. Студенческая, д. 7  
E-mail: vavilova\_dd@mail.ru  
ORCID: 0000-0002-2161-4402; ResearcherID: AAG-7809-2019

**Аннотация.** В работе решена задача нейросетевого прогнозирования величины, структуры и динамики человеческого капитала. Объект представленного в статье исследования – социально-экономическая система. Предмет исследования – практика применения нейросетевых моделей к прогнозированию социально-экономических показателей, в частности человеческого капитала. Целью работы являются применение нейросетевого моделирования и адаптация его алгоритмов для построения прогноза изучаемого показателя на будущее. Статистической базой послужили данные по демографии, объемам инвестирования в человеческий капитал региональной экономической системы, а также индикаторы направлений социально-экономического

**Для цитирования:** Кетова К.В., Вавилова Д.Д. Оценка тенденций изменения человеческого капитала социально-экономической системы на основе применения алгоритма нейросетевого прогнозирования // Экономические и социальные перемены: факты, тенденции, прогноз. 2020. Т. 13. № 6. С. 117–133. DOI: 10.15838/esc.2020.6.72.7

**For citation:** Ketova K.V., Vavilova D.D. Neural network forecasting algorithm as a tool for assessing human capital trends of the socio-economic system. *Economic and Social Changes: Facts, Trends, Forecast*, 2020, vol. 13, no. 6, pp. 117–133. DOI: 10.15838/esc.2020.6.72.7

развития. Объемы инвестиций в человеческий капитал определяют расходы бюджета и частные расходы граждан. Для прогноза динамики человеческого капитала используются значения объемов инвестиций, прогноз которых, в свою очередь, построен с помощью нейросетевой модели. Применяемая в данном исследовании нейросетевая модель представляет собой многослойный полносвязный перцептрон с сигмоидальной логистической функцией активации. Нейросетевое моделирование прогнозных значений объемов инвестиций показало свою эффективность. Оценка человеческого капитала за период 2000–2018 гг. и его прогноз на период 2019–2023 гг. выполнены на примере региональной экономической системы Удмуртской Республики. Расчеты свидетельствуют, что наибольшие темпы роста изучаемый показатель демонстрирует с 2013 года, прогнозируется его дальнейшее увеличение. Полученные результаты качественно коррелируют с динамикой изменения индекса человеческого развития России, определяемого специалистами ООН. Предложенная методика расчета и прогноза человеческого капитала может быть использована для оценки и сравнения социально-экономического положения регионов Российской Федерации.

**Ключевые слова:** человеческий капитал, нейросетевое моделирование, алгоритм прогноза, инвестиции, социально-экономическая система.

### Введение

Построение стратегии развития социально-экономической системы, в которую закладывается стабильный рост ее показателей, является актуальной задачей. При ее решении должен быть использован аппарат математического моделирования, поскольку он позволяет с заданной точностью строить экономические зависимости на будущее.

Стратегия развития социально-экономической системы предполагает построение схем финансирования производственной и социальной сфер деятельности. Производственная сфера характеризуется структурой и величиной производственного капитала (ПК), методология расчета которого хорошо известна. Для оценки социальной сферы в последнее время все чаще применяется такой показатель, как человеческий капитал (ЧК), в условиях современной экономики являющийся ведущим фактором, определяющим высокие темпы развития. Следовательно, вопросы, связанные с изучением человеческого капитала, становятся важными и актуальными.

Понятие ЧК появилось в науке в XX веке в работах американских ученых-экономистов Дж. Минсера [1], Т. Шульца [2] и Г. Беккера [3]. Толчком к созданию теории ЧК послужили статистические данные, касающиеся роста экономик развитых стран мира. Анализ реальных процессов развития и роста в современных условиях привел к изучению ЧК как основного производительного и социального фактора раз-

вития. За создание основ теории человеческого капитала были присуждены Нобелевские премии по экономике (Т. Шульц, 1979 г. и Г. Беккер, 1992 г.). Существенный вклад в формирование теории ЧК внес С. Кузнец. Он показал, что ЧК выступает главной доминантой возможного стабильного роста экономик развивающихся стран [4].

К числу ученых, внесших наибольший вклад в развитие теории человеческого капитала, относятся М. Блауг, М. Гроссман, М. Перлмен, Л. Туроу, Ф. Уэлч, Б. Чизуик, Дж. Кендрик, Р. Солоу, Р. Лукас, Ц. Грилихес, И. Фишер, Э. Деннисон и другие экономисты, социологи и историки. Среди современных отечественных исследователей, занимающихся проблемами ЧК, можно отметить С.А. Дятлова, Р.И. Капелюшникову, М.М. Критского, С.А. Курганского, О.И. Иванова и других. Существует несколько подходов к оценке человеческого капитала. Известны модели И. Бен-Порэта [5], Д. Хекмана [6], А.С. Акопяна, В.В. Бушуева и В.С. Голубева [7], С.Ю. Малкова, К.А. Болоховой и О.И. Давыдовой [8].

Построение общей методики расчета ЧК является достаточно трудной задачей, поскольку существует большая доля субъективных оценок при его моделировании. Различаются и позиции, на основе которых формулируется понятие ЧК, в частности, он может быть изучен с точки зрения качества жизни человека [9], его способности к высокопроизводительной

деятельности [10], как объем доходов, которые способен получить человек [11] или как объем инвестиций в социальную сферу [12]. В рамках Программы развития ООН в 1990 году предложена методика оценки уровня ЧК, основанная на расчете индекса человеческого развития<sup>1</sup>.

Какой бы подход ни был выбран исследователем для оценки ЧК, важно, что в настоящее время этот показатель следует рассматривать в качестве одного из наиболее важных факторов, обеспечивающих развитие социально-экономической системы [13–17].

В нашей работе использовалась интегральная экономико-математическая модель ЧК, включающая в себя его количественные и качественные характеристики [18]. На основе этой модели производился расчет величины ЧК. Прогноз ЧК осуществлялся с применением нейросетевого алгоритма.

Нейросетевое моделирование выступает одним из математических методов исследования различного рода процессов и явлений, применяется для решения задач интеллектуального анализа и прогнозирования данных [19–22].

Изначально искусственные нейронные сети (ИНС) были сконструированы в результате изучения нервной системы живого организма [23]. Нейронная сеть является в определенном смысле аналогом мозга по качественной структуре и количеству нейронов, содержащихся в ней.

В последние десятилетия нейронные сети широко используются для прогнозирования. Прогнозирование представляет собой одну из самых востребованных, но при этом самых сложных задач интеллектуального анализа данных. Погрешность прогноза всегда зависит от выбранной модели, наличия и качества исходных данных.

Нейронные сети обладают следующими преимуществами при построении прогнозов: результативность при решении неформализованных или плохо формализованных задач; устойчивость к частым изменениям среды; эффективность при работе с большим объемом противоречивой или неполной информации. Эти преимущества актуальны, в том числе, и при применении нейронных сетей к прогнози-

рованию социально-экономических процессов и явлений.

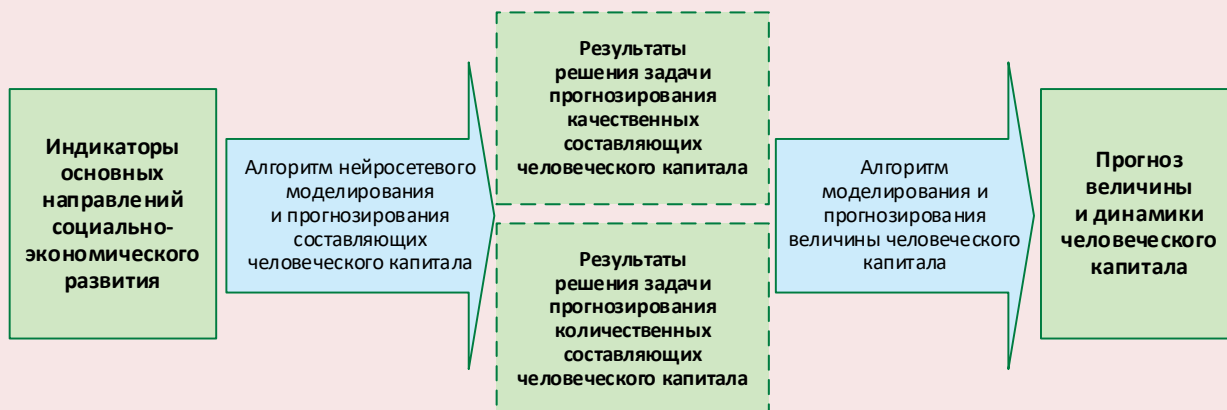
Преимущества, связанные с использованием нейросетевых моделей и их модификаций при анализе социально-экономических процессов и явлений, представлены в работах [24; 25]. Показано, что нейросетевые модели обладают свойством учитывать влияние неявных факторов и включать в исследование неочевидные математические связи, которые сложно найти с помощью классических эконометрических моделей, в частности регрессионных.

Впервые об ИНС заговорили в 40-х гг. XX века. Считается, что в качестве научного направления теория нейронных сетей была обозначена в 1943 году в работе У. Мак-Каллока и В. Питтса [26], где было показано, что любую арифметическую или логическую функцию можно реализовать с помощью простой нейронной сети. Среди основополагающих работ также следует выделить модель Д. Хэбба [27], который в 1949 году предложил первый алгоритм обучения. В 1958 году Ф. Розенблатт сконструировал модель перцептрона, содержащего один слой [28]. После некоторого охлаждения к ИНС в 70-х гг. возникла новая волна интереса. Благодаря исследованиям Т. Кохонена, С. Гроссберга и Д. Андерсона был достроен фундамент, на основе которого стали возможны построение и использование многослойных нейронных сетей [29; 30]. В 1974 году П. Вербос для обучения многослойных нейронных сетей разработал базовый алгоритм, который нашел широкое применение на практике [31]. Среди исследователей в области ИНС можно выделить также М. Минского [32], К. Фукусиму [33], Дж. Хопфилда [34], С. Хайкина [35], Р. Хехт-Нильсена [36] и др. Исследования последних лет по формированию алгоритмов нейросетевого моделирования, анализа динамических рядов, прогнозирования представлены, например, в работах [37–40].

Мы рассматриваем задачу прогнозирования человеческого капитала социально-экономической системы на основе нейросетевого алгоритма. Структура исследования представлена на *рисунке 1*. Индикаторы направлений социально-экономического развития определены в соответствии с работой [41]. Алгоритм нейросетевого моделирования и прогнозирования составляющих ЧК позволяет осуществить

<sup>1</sup> The Yearbook of the United Nations. URL: <https://unyearbook.un.org/>

Рис. 1. Структура исследования



Источник: разработано авторами.

их прогноз. В алгоритме моделирования и прогнозирования величины ЧК используются результаты прогнозирования составляющих ЧК для расчета его суммарной величины.

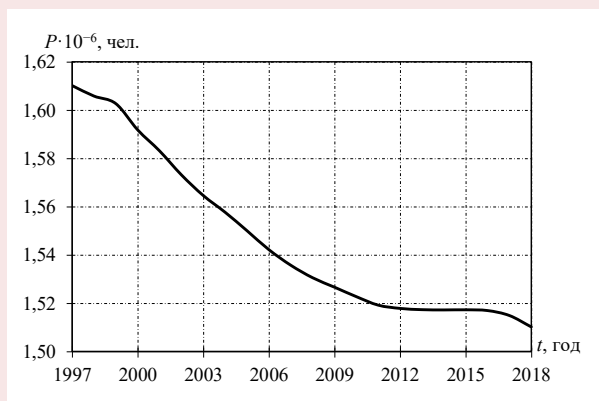
**Экономико-математическая модель человеческого капитала**

Носителями человеческого капитала являются демографические элементы, каждый из которых в момент времени  $t$  характеризуется возрастом  $\tau$ . Численность демографических элементов определяет количественную характеристику ЧК. Для реализации эффективной

демографической политики большое значение имеет проведение таких исследований, как анализ современных демографических процессов и прогнозирование на его основе численности и структуры населения, учитывающее специфику рождаемости, продолжительности жизни, миграционных процессов, смертности.

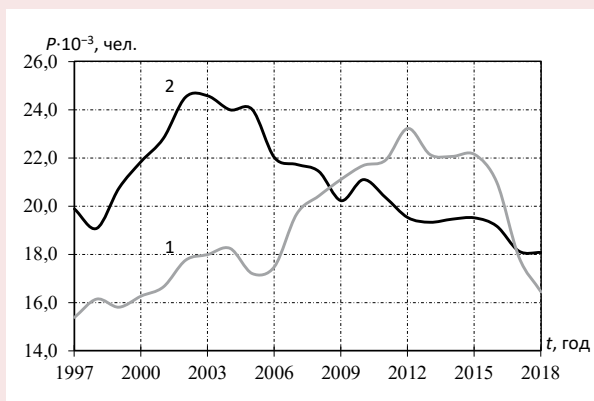
На *рисунке 2* на примере одного из регионов РФ – Удмуртской Республики (УР) – приведена динамика общей численности населения за период 1997–2018 гг., на *рисунке 3* – динамика рождаемости и смертности.

Рис. 2. Динамика численности населения УР



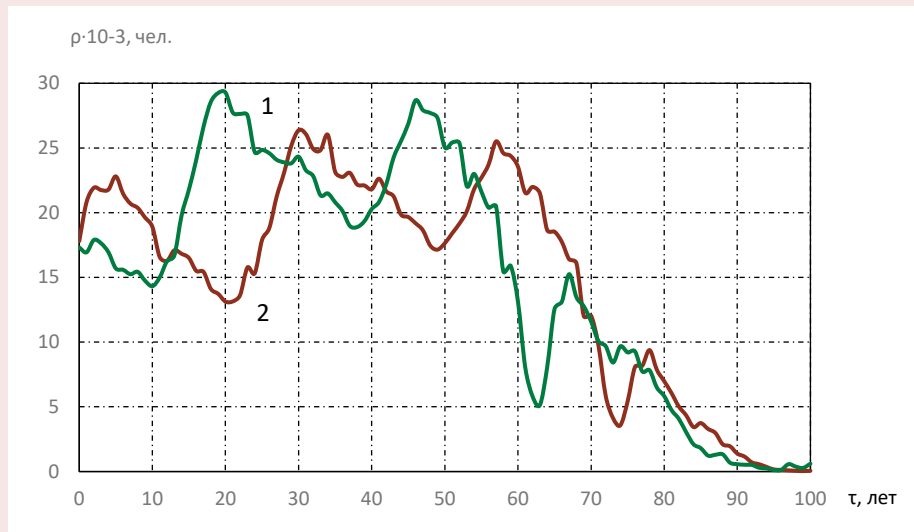
Источник: Общая численность населения Удмуртской Республики. URL: <https://udmstat.gks.ru/folder/51924>

Рис. 3. Динамика рождаемости (1) и смертности (2) населения УР



Источник: Население Удмуртской Республики по полу и возрасту. URL: <https://udmstat.gks.ru/folder/51924>

Рис. 4. Плотность распределения населения УР по возрастам: 2008 г. (1); 2018 г. (2)



Источник: Естественное движение населения Удмуртской Республики. URL: <https://udmstat.gks.ru/folder/51924>

Расчет величины ЧК необходимо проводить с учетом демографической структуры. Важное значение в данном случае имеет распределение демографических элементов по возрастам  $\rho(t, \tau)$ . Под демографическим элементом здесь и далее будем понимать представителя народонаселения – отдельного человека, который в рассматриваемый момент времени  $t$  характеризуется возрастом  $\tau$ . На рисунке 4 представлена плотность распределения населения УР по возрастам для 2008 и 2018 г. соответственно. Функция  $\varepsilon(t, \tau)$  задает долю населения возраста  $\tau$ , участвующего в общественном производстве в год  $t$ . Задача моделирования и прогнозирования демографической динамики подробно представлена в работе [42].

Для расчета величины человеческого капитала экономической системы  $H(t)$  используется модель [18], в соответствии с которой суммарная величина ЧК населения, участвующего в общественном производстве, определяется с помощью выражения:

$$H(t) = \int_0^{\infty} \sum_{i=1}^3 \alpha_i h_i(t, \tau) \varepsilon(t, \tau) \rho(t, \tau) d\tau. \quad (1)$$

Функции  $h_i(t, \tau)$  являются качественными составляющими ЧК: здоровье  $i=1$ , образование  $i=2$ , культура  $i=3$ . Капиталовложения в здраво-

охранение повышают общий уровень здоровья в обществе, что способствует, с одной стороны, продлению экономически активной жизни отдельного демографического элемента, с другой стороны, увеличению количества экономически активных демографических элементов вследствие снижения уровня смертности. Инвестиции в образование способствуют повышению общего уровня квалификации на региональном рынке труда, открывая наибольшие резервы для роста эффективности функционирования современной экономики. Вложения в культуру улучшают среду обитания человека, формируют нравственные ценности, повышают творческий потенциал личности, что, безусловно, сказывается на социально-экономическом развитии региона.

Удельное (на одну демографическую единицу) среднестатистическое значение ЧК определяется линейной комбинацией:

$$h(t, \tau) = \alpha_1 h_1(t, \tau) + \alpha_2 h_2(t, \tau) + \alpha_3 h_3(t, \tau), \quad (2)$$

$$\alpha_i \in (0, 1); \quad \sum_{i=1}^3 \alpha_i = 1, \quad (3)$$

где  $\alpha_i$  – соответствующие весовые коэффициенты для составляющих ЧК; значения  $h_i(t, \tau)$  измеряются в денежных единицах.

При проведении исследования была принята гипотеза о равнозначности компонент ЧК:  $\alpha_i = 1/3, i = \overline{1,3}$ .

Эволюция каждой из составляющих ЧК описывается уравнением:

$$\frac{\partial h_i(t, \tau)}{\partial t} + \frac{\partial h_i(t, \tau)}{\partial \tau} = -v_i h_i(t, \tau) + s_i(t, \tau) + p_i(t, \tau). \quad (4)$$

В формуле (4) используются следующие обозначения для каждой  $i$ -ой составляющей ЧК:  $s_i = s_i(t, \tau)$  – удельные расходы государства (*state* – англ. «государственные»);  $p_i = p_i(t, \tau)$  – удельные частные инвестиции (*private* – англ. «частные»);  $v_i = v_i(t, \tau)$  – коэффициент выбытия, который оценивается с помощью алгоритма идентификации [43].

Начальные условия при  $t = t_0$  имеют вид:

$$h_i(t_0, \tau) = h_{i0}(\tau), \quad (i = 1, 2, 3), \quad (5)$$

где  $h_{i0}(t)$  – известные функции.

На левом конце демографической кривой граничные условия имеют вид:

$$h_i(t, 0) = 0, \quad (i = 1, 2, 3); \quad (6)$$

на правом конце при  $i = 1, 2$  следует записать:

$$h_i(t, \infty) \approx h_i(t, \tau_m) = 0, \quad (7)$$

где  $\tau_m = \tau_m(t)$  – время дожития  $\delta$  процентов населения ( $\delta = 1-5\%$ ).

Очевидно, что коэффициенты выбытия  $v_i$  слабо зависят от времени. Зависимость от возраста для функций  $v_i = v_i(\tau)$  ( $i = 1, 2$ ) примем в виде:

$$v_i(\tau) = \begin{cases} 0, & \tau \leq \tau_{ai}, \\ (s_i(t, \tau) + p_i(t, \tau)) \{ \exp[\varepsilon_i(\tau - \tau_{ai})] - 1 \}, & \tau_{ai} \leq \tau \leq \tau_m, \end{cases} \quad (8)$$

где неизвестные параметры ( $s_i, \varepsilon_i$ ) определяются из условий:

$$(s_i(t, \tau) + p_i(t, \tau)) \{ \exp[\varepsilon_i(\tau_m - \tau_{ai})] - 1 \} = 1, \quad (9)$$

$$\int_0^{\tau_m} [s_i(t, \tau) + p_i(t, \tau)] d\tau = \int_{\tau_{ai}}^{\tau_m} \{ (s_i(t, \tau) + p_i(t, \tau)) \{ \exp[\varepsilon_i(\tau - \tau_{ai})] - 1 \} \} h_i(t, \tau) d\tau. \quad (10)$$

Здесь  $\tau_{ai}$  – верхняя граница активного периода физического состояния ( $i=1$ ) или трудовой деятельности ( $i=2$ ).

При проведении конкретных расчетов для экономической системы УР были проанализированы демографические данные за 2000–2018 гг. Установлено, что возрастные ограничения экономически активного возраста населения УР – 20–60 лет.

В отличие от других составляющих культурная составляющая ЧК не подвержена выбытию, поэтому  $v_3 \equiv 0$ .

Для задающего эволюцию составляющих ЧК уравнения (4) распределение по возрастам удельных составляющих бюджетных расходов государства  $s_i(t, \tau)$  определим по формулам:

$$s_i(t, \tau) = \sum_{N_i} \frac{S_{N_i}(t)}{\int_{\tau_{1N_i}}^{\tau_{2N_i}} \rho(t, \tau) d\tau}, \quad (11)$$

$$S_{N_i}(t) = \begin{cases} S_{N_i}(t, \tau), & \tau \in [\tau_{1N_i}, \tau_{2N_i}], \\ 0, & \tau \notin [\tau_{1N_i}, \tau_{2N_i}]. \end{cases}$$

Здесь  $S_{N_i}(t)$  – суммы, закладываемые в бюджете на соответствующую статью расходов  $N_i$  ( $N_i$  – нумерация статей бюджета, расходуемых на здравоохранение ( $i=1$ ), образование ( $i=2$ ) и развитие культурной составляющей ЧК ( $i=3$ )). В соответствии с формулой (11) эти суммы будем распределять равномерно на соответствующие периоды жизни человека  $[\tau_{1N_i}, \tau_{2N_i}]$  и на количество демографических единиц в этих периодах.

Для уравнения (4) распределение по возрастам удельных составляющих частных расходов  $p_i(t, \tau)$ , направленных на приращение ЧК, запишем по аналогии с (11) в предположении, что в разные периоды жизни человек использует разные денежные суммы, расходуемые на здравоохранение ( $i=1$ ), образование ( $i=2$ ) и культуру ( $i=3$ ):

$$p_i(t, \tau) = \sum_i \frac{P_i(t)}{\int_{\tau_{1i}}^{\tau_{2i}} \rho(t, \tau) d\tau}, \quad (12)$$

$$P_i(t) = \begin{cases} P_i(t, \tau), & \tau \in [\tau_{1i}, \tau_{2i}], \\ 0, & \tau \notin [\tau_{1i}, \tau_{2i}]. \end{cases}$$

### Алгоритм нейросетевого прогнозирования человеческого капитала

Построим нейронную сеть для решения задачи прогнозирования человеческого капитала. На рисунке 5 представлен элемент нейронной сети – нейрон, у которого имеется  $m$  входов и выход. Такая конструкция нейрона называется персептрон. Искусственная нейросеть – это способ собрать нейроны в сеть для решения определенных задач. Обученный искусственный нейрон работает следующим образом: каждый вход умножается на некие веса; далее все суммируется и прогоняется через нелинейную

активационную функцию, а результат подается на выход. Все нейроны собираются по слоям. Основные вычислительные операции выполняются на внутренних скрытых слоях.

Другая задача – обучить нейрон. Обучение заключается в том, чтобы найти правильную весовую информацию, которая корректируется, исходя из поставленной задачи и ошибки (разности между вычисленными и идеальными выходными значениями). Для этого используется алгоритм обратного распространения ошибки.

Входные данные суммируются с весовыми коэффициентами  $w_j$ :  $D = \sum_{j=1}^m w_j x_j$ . На выходе нейрона присутствует логистическая активационная функция  $f(D)$  (см. рис. 5), которая преобразует взвешенную сумму  $D$  входящего сигнала (рис. 6).

Для прогноза объемов инвестиций в социальную сферу сконструируем сложную  $k$ -слойную нейронную сеть с  $m$  входами и  $l$  выходами (рис. 7). Входными данными в нейросетевой модели являются объемы

Рис. 5. Искусственный нейрон

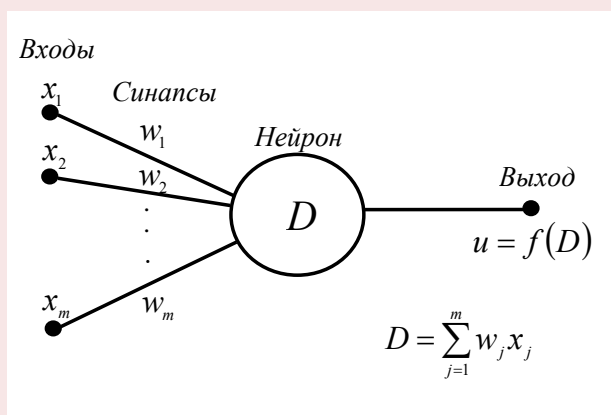


Рис. 6. Активационная функция

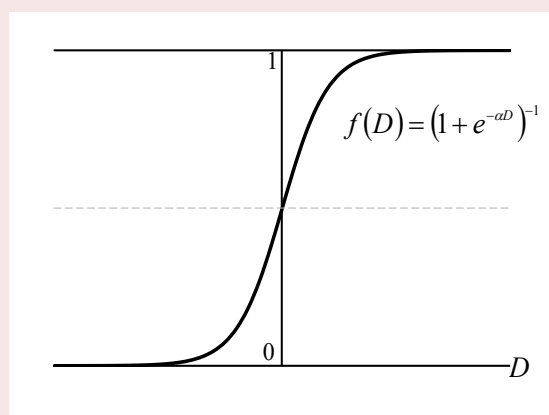
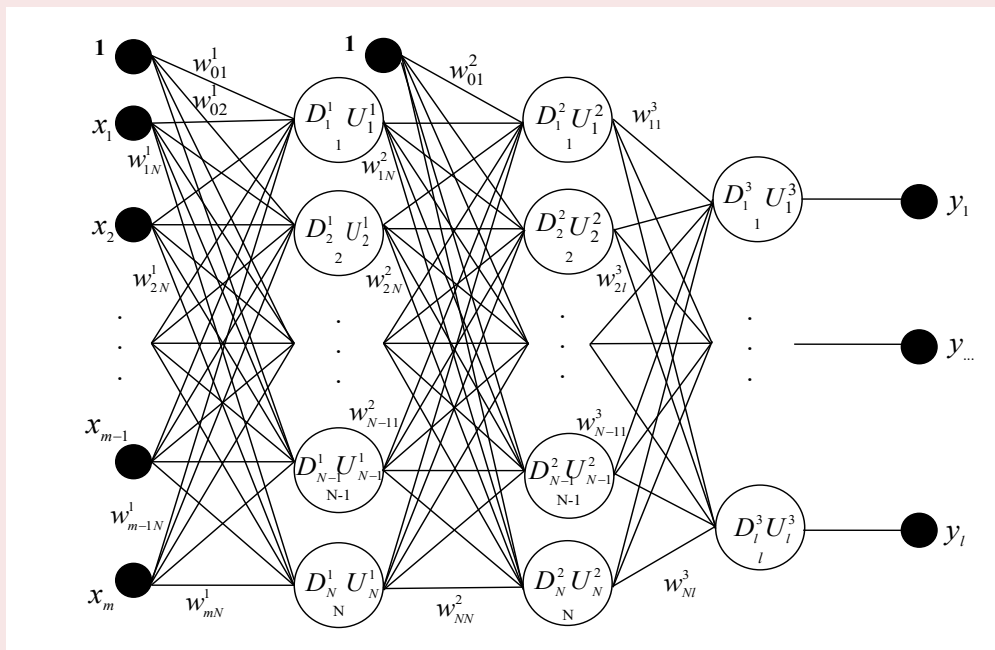


Рис. 7. Нейросетевая модель, используемая для прогнозирования инвестиций в человеческий капитал



Источник: разработано авторами.

бюджетных  $\{S_i\}_{i=1}^{n=3}$  и частных инвестиций  $\{P_i\}_{i=1}^{n=3}$  в ЧК, показатели-индикаторы направлений социально-экономического развития  $\{I_i\}_{i=1}^{n=8}$ . Для учета инфляционных процессов используется индекс-дефлятор  $K$ . Выходные данные нейронной сети – это прогнозные ежемесячные объемы бюджетных и частных инвестиций в ЧК:  $\{\tilde{S}_i\}_{i=1}^{n=3}$  и  $\{\tilde{P}_i\}_{i=1}^{n=3}$ .

Для нашей задачи на входе будем рассматривать бюджетные инвестиции в здравоохранение ( $x_1$ ), образование ( $x_2$ ), культуру ( $x_3$ ), а также частные инвестиции в здравоохранение ( $x_4$ ), образование ( $x_5$ ) и культуру ( $x_6$ ). Объемы инвестирования в социальную сферу зависят от множества факторов и окружающих условий. В работе С.А. Айвазяна [41] были выявлены показатели, наиболее сильно влияющие на качество социальной сферы, а именно: валовой региональный продукт ( $x_7$ ), среднедушевые денежные доходы ( $x_8$ ), производство товаров и услуг на душу населения ( $x_9$ ), площадь введенного жилья ( $x_{10}$ ), количество зарегистрированных преступлений ( $x_{11}$ ), естественный прирост населения ( $x_{12}$ ), смертность в трудоспособном возрасте ( $x_{13}$ ), минимально необходимый месячный доход ( $x_{14}$ ).

Таким образом,  $\{S_i\}_{i=1}^{n=3} = \{x_1, x_2, x_3\}$ ,  $\{P_i\}_{i=1}^{n=3} = \{x_4, x_5, x_6\}$ ,  $\{I_i\}_{i=1}^{n=8} = \{x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}\}$ ,  $K=x_{15}$ .

Алгоритм нейросетевого прогнозирования построим для произвольного случая с любым количеством входных переменных. На рисунке 7 представлена нейросетевая модель, положенная в основу алгоритма.

В каждом слое нейросетевой модели содержится  $N_p$  нейронов,  $p=1, \dots, k$ .

Будем использовать следующие обозначения:  $w_{ij}^p$  – весовой коэффициент связи, соединяющий сигнал, выходящий из  $(p-1)$ -го слоя  $i$ -го нейрона и входящий в  $j$ -й нейрон  $p$ -го слоя. Для каждого слоя коэффициенты представим в виде матрицы размером  $(N_{p-1} + 1) \times N_p$ :

$$\bar{W} = (w_{ij}^p), \quad p=1, \dots, k; \quad i=0, \dots, N_{p-1}; \quad j=1, \dots, N_p. \quad (13)$$

С алгоритмической точки зрения выходные значения нулевого слоя  $u_j^0$  следует приравнять к входящим в нейронную сеть сигналам  $x_j$ ,  $x_0 \equiv 1$ :

$$u_j^0 = x_j, \quad j=0, \dots, m. \quad (14)$$

В остальных слоях выходные значения нейронов вычисляются:

$$u_0^p = 1, \quad u_j^p = f(d_j^p) \quad p=1, \dots, k, \quad j=1, \dots, N_p, \quad (15)$$

где  $f(d_j^p)$  – нелинейная активационная функция вида  $f(t) = (1 + e^{-\alpha t})^{-1}$ ,  $\alpha$  – некоторый коэффициент.

Обозначим через  $d_j^p$  входящий сигнал в  $j$ -й нейрон  $p$ -го слоя, который определяется взвешенной суммой входящих в него сигналов:

$$d_j^p = \sum_{i=0}^{N_{p-1}} w_{ij}^p u_i^{p-1}, \quad j=1, \dots, N_p. \quad (16)$$

Выходные значения последнего  $k$ -го слоя должны соответствовать  $y_j$ :

$$y_j = u_j^k, \quad j=1, \dots, l, \quad (17)$$

Процесс обучения состоит в подстройке весовых коэффициентов  $w_{ij}^p$ . На основе информации о значениях переменных в известные моменты времени сеть определяет их наиболее вероятные значения на будущее. Статистическая информация по социально-экономическим показателям делится на два множества: обучающее и тестовое, представляющее из себя участки ретропрогноза.

Для обучения сети на входы подаются входные данные  $x_q = (x_{q1}, x_{q2}, \dots, x_{qm})$  и сравнивают выходные значения сети с идеальными (реально заданными) значениями  $r_q = (r_{q1}, r_{q2}, \dots, r_{ql})$ ,  $q=1, \dots, n$ .

На обучающем множестве данных реализуется алгоритм обучения многослойной нейронной сети методом обратного распространения ошибок, который относится к градиентным методам оптимизации [44]. Для определения весовых коэффициентов  $\bar{W} = (w_{ij}^p)$  сети используется погрешность обучения сети, рассчитанная по формуле:

$$E_q(\bar{W}) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^l (y_{qj} - r_{qj})^2, \quad q=1, \dots, n, \quad (18)$$

где  $y_{qj}$  соответствует  $j$ -му выходу при подаче на вход  $q$ -го образа.

При подаче  $q$ -го наблюдения коэффициенты будут изменяться так:

$$\bar{W}(q) = \bar{W}(q-1) + (-\lambda \cdot \nabla E_q), \quad (19)$$

где  $\bar{W}(q)$  – состояние вектора  $\bar{W}$  после обучения сети по  $q$ -му наблюдению;  $\lambda \in (0; 1]$  – скорость обучения сети;  $\nabla E_q$  – градиент функции  $E_q(\bar{W})$ , когда на вход подается  $q$ -й образ:

$$\nabla E_q = \left( \frac{\partial E_q}{\partial w_{ij}^p} \right), \quad p=1, \dots, k, \quad i=0..N_{p-1}, \quad j=1, \dots, N_p. \quad (20)$$



В компонентной форме выражение (20) представим в виде:

$$w_{ij}^p(q) = w_{ij}^p(q-1) + \Delta w_{ij}^p, \Delta w_{ij}^p = -\lambda \frac{\partial E_q}{\partial w_{ij}^p}. \quad (21)$$

Компоненты вектора (21) распишем следующим образом:

$$\frac{\partial E_q}{\partial w_{ij}^p} = \frac{\partial E_q}{\partial u_j^p} \frac{\partial u_j^p}{\partial d_j^p} \frac{\partial d_j^p}{\partial w_{ij}^p}, \quad (22)$$

где частную производную  $\frac{\partial u_j^p}{\partial d_j^p}$ , в соответствии с производной логистической функции  $\frac{\partial f(t)}{\partial d} = \alpha f(t)(1-f(t))$  представим в виде:

$$\frac{\partial u_j^p}{\partial d_j^p} = \alpha \cdot u_j^p \cdot (1-u_j^p). \quad (23)$$

Введем новую переменную  $\delta_j^p$  следующим образом:

$$\delta_j^p = \frac{\partial E_q}{\partial u_j^p} \frac{\partial u_j^p}{\partial d_j^p}, \quad (24)$$

$$\frac{\partial E_q}{\partial u_j^p} = \sum_{i=1}^{N_{p+1}} \frac{\partial E_q}{\partial u_i^{p+1}} \frac{\partial u_i^{p+1}}{\partial d_i^{p+1}} \frac{\partial d_i^{p+1}}{\partial u_j^p} = \sum_{i=1}^{N_{p+1}} \frac{\partial E_q}{\partial u_i^{p+1}} \frac{\partial u_i^{p+1}}{\partial d_i^{p+1}} w_{ji}^{p+1}. \quad (25)$$

Тогда  $\delta_j^p$  можно рекурсивно вычислять через данные  $(p+1)$ -го слоя  $\delta_j^{p+1}$ :

$$\delta_j^p = \left[ \sum_{i=1}^{N_{p+1}} \delta_i^{p+1} w_{ji}^{p+1} \right] \cdot \alpha \cdot u_j^p \cdot (1-u_j^p). \quad (26)$$

При  $p=k$  из формул (16), (23) и (24), приравнявая  $u_j^k = y_{qj}$ , находим:

$$\delta_j^k = [u_j^k - r_{qj}] \cdot \alpha \cdot u_j^k \cdot (1-u_j^k). \quad (27)$$

Последний множитель в формуле (22), согласно (16), равен:  $\frac{\partial d_j^p}{\partial w_{ij}^p} = u_i^{p-1}$ .

В результате на основании формул (21), (22), (24) получаем разностную схему:

$$w_{ij}^p(q) = w_{ij}^p(q-1) - \lambda \delta_j^p u_i^{p-1}. \quad (28)$$

Для того чтобы обучить сеть, необходимо нормировать входные и выходные данные в области их определения. Если известно, что  $x_j \in [a_j - h_j; b_j + h_j]$ , то нормированные входные данные имеют вид:

$$\bar{x}_{qj} = \frac{x_{qj} - (b_j + a_j)/2}{(b_j - a_j)/2 + h_j}, \quad q=1, \dots, n. \quad (29)$$

Если известно, что изменение  $i$ -ой выходной функции находится в пределах  $[\varphi_i^{\min}, \varphi_i^{\max}]$ , то нормированные выходные данные имеют вид:

$$\bar{r}_{qi} = \frac{r_{qi} - \varphi_i^{\min}}{\varphi_i^{\max} - \varphi_i^{\min}}, \quad q=1, \dots, n. \quad (30)$$

Чтобы получить реальные значения выходных данных, необходимо сделать обратное преобразование:

$$y_{qi} = \varphi_i^{\min} + \bar{y}_{qi}(\varphi_i^{\max} - \varphi_i^{\min}), \quad q=1, \dots, n, \quad (31)$$

где  $y_{qi}$  – реальное значение функции;  $\bar{y}_{qi}$  –  $i$ -ое выходное нормированное значение функции при поданном на вход сети  $q$ -м образе.

Качество обучения сети определяется погрешностью обучения по формуле:

$$\tilde{E}(\bar{W}) = 100 \sqrt{\frac{2}{l \cdot n} \sum_{q=1}^n E_q(\bar{W})}. \quad (32)$$

Погрешность расчетов определяется по формуле:

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{1}{M_y} \sum_{y \in [2000, 2018]} \frac{|y^* - y|}{y}, \quad (33)$$

где  $M_y$  – количество заданных точек показателя  $y$  на оси времени;  $y^*$  – значения, полученные по модели;  $y$  – реальные статистические данные.

### Результаты нейросетевого прогнозирования человеческого капитала

Проведем расчеты человеческого капитала на примере социально-экономической системы Удмуртской Республики (УР). В построенной нейросетевой модели количество входных нейронов  $N=16$  ( $1, \{S_i\}_{i=1}^{n=3}, \{P_i\}_{i=1}^{n=3}, \{I_i\}_{i=1}^{n=8}, K$ ), количество скрытых слоев равно двум (см. рис. 7). Статистические данные по этим показателям для УР представлены в таблицах 1, 2.

В таблице 1 отражены годовые бюджетные и частные инвестиции, направленные на развитие человеческого капитала УР, за период 2000–2018 гг. по информации Федерального казначейства РФ, Территориального органа Управления Федерального казначейства по Удмуртской Республике и Федеральной службы государственной статистики РФ.

Динамика индикаторов направлений социально-экономического развития УР по данным Федеральной службы государственной статистики, Территориального органа государственной статистики по УР, а также федеральных статистических наблюдений по социально-демографическим проблемам показана в таблице 2.

Таблица 1. Бюджетные и частные инвестиции, направленные на развитие человеческого капитала УР, за 2000–2018 гг., в текущих ценах, млн руб.

Показатель	Временной интервал	Год									
		2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
<b>Расходы консолидированного бюджета УР и территориальных государственных внебюджетных фондов<sup>1)</sup></b>											
<b>Бюджетные инвестиции в здравоохранение и спорт</b>		<b>1459,3</b>	<b>1652,8</b>	<b>2492,5</b>	<b>2704,0</b>	<b>3189,9</b>	<b>4790,4</b>	<b>6792,7</b>	<b>13846,9</b>	<b>15705,2</b>	<b>11632,4</b>
Здравоохранение	$1 \leq \tau \leq \tau_m$	1382,3	1593,7	2418,4	2495,5	2971,6	4537,7	6434,3	13116,4	14876,6	9697,7
Спорт и физическая культура	$3 \leq \tau \leq \tau_m$	42,0	53,7	65,8	81,1	83,8	137,9	195,5	398,6	452,1	240,7
Прочие расходы	$1 \leq \tau \leq \tau_m$	35,0	5,4	8,3	127,4	134,5	114,8	162,8	331,9	376,4	1694,0
<b>Бюджетные инвестиции в образование</b>		<b>2125,3</b>	<b>2535,7</b>	<b>3732,6</b>	<b>3954,6</b>	<b>4781,9</b>	<b>5425,5</b>	<b>7529,0</b>	<b>9224,9</b>	<b>10386,9</b>	<b>12386,9</b>
Дошкольное образование	$3 \leq \tau \leq 6$	528,7	670,2	926,9	963,8	1144,8	1349,6	1872,8	2294,7	2583,7	3029,3
Общее образование	$7 \leq \tau \leq 17$	1333,1	1566,3	2394,0	2448,4	3020,2	3403,2	4722,6	5786,4	6515,3	6752,7
Начальное профессиональное образование	$14 \leq \tau \leq 17$	2,7	4,2	5,3	5,5	6,6	6,9	9,6	11,7	13,2	711,0
Среднее профессиональное образование	$18 \leq \tau \leq 21$	60,4	73,4	107,0	109,6	139,2	154,2	214,0	262,2	295,2	417,1
Переподготовка и повышение квалификации	$25 \leq \tau \leq 59$	16,6	20,8	28,7	32,5	37,3	42,3	58,6	71,9	80,9	58,1
Высшее профессиональное образование	$18 \leq \tau \leq 22$	5,3	9,4	8,8	9,4	10,5	13,4	18,6	22,8	25,7	–
Молодежная политика и оздоровление детей	$3 \leq \tau \leq 59$	178,6	204,9	261,8	385,4	423,2	455,9	632,7	775,2	872,9	207,7
Другие вопросы в области образования	$3 \leq \tau \leq \tau_m$	–	–	–	–	–	–	–	–	–	1211,0
<b>Бюджетные инвестиции в культуру</b>		<b>307,7</b>	<b>319,8</b>	<b>475,5</b>	<b>584,6</b>	<b>661,9</b>	<b>2433,0</b>	<b>3099,3</b>	<b>4204,6</b>	<b>3230,0</b>	<b>2102,1</b>
Культура	$3 \leq \tau \leq \tau_m$	235,7	252,9	408,5	435,7	526,7	1874,7	2388,1	3239,7	2488,8	1397,6
Кинематография	$3 \leq \tau \leq \tau_m$	16,2	3,2	4,0	3,4	3,5	13,5	17,2	23,3	17,9	0,2
Телевидение и радиовещание	$3 \leq \tau \leq \tau_m$	28,3	34,9	24,9	79,9	72,1	298,8	380,6	516,3	396,6	78,9
Периодическая печать и издательства	$7 \leq \tau \leq \tau_m$	27,5	28,8	35,1	60,1	50,4	217,7	277,3	376,2	289,0	97,2
Прочие расходы в области культуры и СМИ	$3 \leq \tau \leq \tau_m$	–	–	–	5,5	9,2	28,4	36,1	49,0	37,6	528,2
<b>Итого</b>		<b>3892,3</b>	<b>4508,3</b>	<b>6700,6</b>	<b>7243,2</b>	<b>8633,7</b>	<b>12648,9</b>	<b>17421</b>	<b>27276,4</b>	<b>29322,1</b>	<b>26121,4</b>
<b>Расходы из федерального бюджета РФ и государственных внебюджетных фондов в УР<sup>2)</sup></b>											
<b>Бюджетные инвестиции в здравоохранение</b>	$1 \leq \tau \leq \tau_m$	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
<b>Бюджетные инвестиции в образование</b>	$1 \leq \tau \leq \tau_m$	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
<b>Бюджетные инвестиции в культуру</b>	$1 \leq \tau \leq \tau_m$	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
<b>Итого</b>		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
<b>Частные инвестиции населения УР<sup>3)</sup></b>											
<b>Частные инвестиции в здравоохранение</b>	$1 \leq \tau \leq \tau_m$	412,2	654,0	875,7	1269,6	1677,3	2355,7	3080,0	3871,1	4722,8	4867,7
<b>Частные инвестиции в образование</b>	$1 \leq \tau \leq \tau_m$	250,2	305,9	342,5	366,9	482,5	674,4	877,3	1098,0	1335,0	2436,6
<b>Частные инвестиции в культуру и отдых</b>	$1 \leq \tau \leq \tau_m$	423,2	936,2	1249,7	2479,8	3276,2	4601,2	6015,9	7561,1	9224,6	11565,5
<b>Итого</b>		<b>1085,6</b>	<b>1896,1</b>	<b>2467,9</b>	<b>4116,3</b>	<b>5436,0</b>	<b>7631,3</b>	<b>9973,1</b>	<b>12530,1</b>	<b>15282,4</b>	<b>18869,7</b>

Продолжение таблицы 1

Показатель	Временной интервал	Год										
		2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018		
<b>Расходы консолидированного бюджета УР и территориальных государственных внебюджетных фондов<sup>1)</sup></b>												
<b>Бюджетные инвестиции в здравоохранение и спорт</b>		<b>11966,7</b>	<b>15018,0</b>	<b>21482,0</b>	<b>23095,2</b>	<b>23801,1</b>	<b>26477,7</b>	<b>27383,1</b>	<b>21195,2</b>	<b>24996,2</b>		
Здравоохранение	$1 \leq \tau \leq \tau_m$	10500,7	13915,3	20234,3	21418,6	22390,7	25107,9	25418,6	19362,0	23224,9		
Спорт и физическая культура	$3 \leq \tau \leq \tau_m$	680,9	1102,7	1247,7	1676,6	1410,4	1369,8	1964,5	1833,2	1741,3		
<b>Бюджетные инвестиции в образование</b>		<b>13419,9</b>	<b>15300,3</b>	<b>19718,0</b>	<b>24802,1</b>	<b>26549,2</b>	<b>26349,0</b>	<b>26914,0</b>	<b>26469,3</b>	<b>31207,0</b>		
Дошкольное образование	$3 \leq \tau \leq 6$	3306,2	3909,7	5201,5	7654,5	8454,7	7900,5	7518,0	7373,2	9596,1		
Общее образование	$7 \leq \tau \leq 17$	7152,0	8720,9	10841,2	12837,3	14041,4	14471,7	14920,4	13323,1	14867,6		
Начальное профессиональное (с 2017 года – дополнительное образование детей)	$14 \leq \tau \leq 17$	666,6	641,5	703,1	696,5	–	–	–	1673,3	2003,3		
Среднее профессиональное образование	$18 \leq \tau \leq 21$	455,0	564,4	1131,9	1218,7	1874,3	1820,1	1958,5	1908,9	2261,7		
Переподготовка и повышение квалификации	$25 \leq \tau \leq 59$	55,2	51,7	78,5	80,0	83,5	84,9	82,8	82,2	89,9		
Высшее профессиональное образование	$18 \leq \tau \leq 22$	–	–	–	–	–	–	–	–	–		
Молодежная политика	$3 \leq \tau \leq 59$	516,2	537,6	323,3	330,0	338,9	268,0	634,3	588,4	729,8		
Другие вопросы в области образования	$3 \leq \tau \leq \tau_m$	1271,3	867,4	1438,5	1985,2	1756,4	1803,8	1800,0	1520,2	1658,6		
Прочие расходы в области здравоохранения и спорта	$1 \leq \tau \leq \tau_m$	785,1	–	–	–	–	–	–	–	–		
<b>Бюджетные инвестиции в культуру</b>		<b>1916,9</b>	<b>2211,4</b>	<b>2460,3</b>	<b>2768,9</b>	<b>3679,7</b>	<b>3634,4</b>	<b>3666,0</b>	<b>3868,5</b>	<b>4623,0</b>		
Культура	$3 \leq \tau \leq \tau_m$	1642,3	1861,2	2039,2	2230,4	3084,7	2965,5	2904,2	3043,8	3444,7		
Кинематография	$3 \leq \tau \leq \tau_m$	107,9	143,2	201,4	354,7	407,4	443,0	487,1	565,2	905,7		
Телевидение и радиовещание	$3 \leq \tau \leq \tau_m$	83,6	95,6	104,5	83,0	80,5	84,5	105,5	96,8	80,3		
Периодическая печать и издательство	$7 \leq \tau \leq \tau_m$	78,9	106,7	111,5	96,0	104,3	120,5	143,8	145,6	175,9		
Прочие расходы в области культуры, кинематографии и СМИ	$3 \leq \tau \leq \tau_m$	4,2	4,7	3,7	4,8	2,8	20,9	25,4	17,1	16,4		
<b>Итого</b>		<b>27303,5</b>	<b>32529,7</b>	<b>43660,3</b>	<b>50666,2</b>	<b>54030,0</b>	<b>56461,1</b>	<b>57963,1</b>	<b>51533,0</b>	<b>60826,2</b>		
<b>Расходы из федерального бюджета РФ и государственных внебюджетных фондов в УР<sup>2)</sup></b>												
<b>Бюджетные инвестиции в здравоохранение и спорт</b>			*	*	*	*	987,3	1150,1	960,4	1065,1		
<b>Бюджетные инвестиции в образование</b>			*	*	*	*	505,3	618,1	888,1	1440,7		
<b>Бюджетные инвестиции в культуру</b>			*	*	*	*	10,2	13,4	44,4	50,9		
<b>Итого</b>			*	*	*	*	<b>1502,8</b>	<b>1781,6</b>	<b>1892,9</b>	<b>2556,7</b>		
<b>Частные инвестиции населения УР<sup>3)</sup></b>												
Частные инвестиции в здравоохранение и спорт	$1 \leq \tau \leq \tau_m$	5996,2	7155,8	7822,7	9041,0	9629,1	9826,9	10726,4	11644,3	11952,0		
Частные инвестиции в образование	$1 \leq \tau \leq \tau_m$	2410,2	2455,7	2912,5	2434,5	2387,0	2680,2	2413,8	2339,7	2553,5		
Частные инвестиции в культуру и отдых	$1 \leq \tau \leq \tau_m$	12525,5	13996,6	16033,8	18089,3	17995,9	19091,4	19560,4	21168,9	24724,8		
<b>Итого</b>		<b>20931,9</b>	<b>23608,1</b>	<b>26769,0</b>	<b>29564,7</b>	<b>30011,9</b>	<b>31598,5</b>	<b>32700,7</b>	<b>35152,8</b>	<b>39230,4</b>		

\* Отсутствуют статистические данные.

Источники: <sup>1)</sup> Консолидированные бюджеты субъектов Российской Федерации и бюджетов территориальных государственных внебюджетных фондов. URL: <http://www.goskazna.ru/ispolnenie-byudzhetov/konsolidirovannye-byudzhetny-subektov/>. <sup>2)</sup> Исполнение федеральных бюджетных средств по Удмуртской Республике. URL: <http://udmurtia.goskazna.ru/ispolnenie-byudzhetov/federalnyy-byudzhet-otchet-ob-ispolnenii-byudzhet/>. <sup>3)</sup> Доходы, расходы и потребление домашних хозяйств. URL: <https://www.gks.ru/compendium/docu-ment/13271>

Таблица 2. Динамика базовых индикаторов основных направлений социально-экономического развития УР за 2000-2018 гг.

Показатель	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
Валовой региональный продукт <sup>1)</sup> (в текущих ценах), млн руб.	53307,4	65551,4	78346,3	89034,5	100833,1	139995,3	164848,5	205647,4	243135,5	230938,3
Среднедушевые денежные доходы <sup>2)</sup> (в текущих ценах), руб./мес.	1478,4	1974,5	2466,7	3098,1	4657,0	6373,0	7798,1	7823,8	9586,6	11060,0
Производство товаров и услуг на душу населения <sup>3)</sup> (в текущих ценах), тыс. руб./чел.	33,5	41,4	49,8	56,9	64,7	90,3	106,9	133,9	158,9	151,3
Ввод жилья <sup>4)</sup> , тыс. кв. м	257	277	354	315	361	372	424	483	486	465
Количество зарегистрированных преступлений <sup>5)</sup> , тыс. ед.	30,1	30,5	24,5	33,0	37,0	54,2	65,3	53,0	44,9	38,8
Естественный прирост населения <sup>6)</sup> , чел.	-5596	-6174	-6774	-6589	-5756	-6816	-4531	-2060	-1015	882
Смертность в трудоспособном возрасте <sup>6)</sup> , чел.	4498	5120	5456	5853	5859	5781	4912	4753	4553	3955
Минимально необходимый месячный доход (в среднем на домохозяйство) <sup>7)</sup> , тыс. руб./мес.	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
Индекс-дефлятор <sup>8)</sup> (к предыдущему году)	1,376	1,165	1,156	1,138	1,203	1,193	1,152	1,138	1,180	1,020

Продолжение таблицы 2

Показатель	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018
Валовой региональный продукт <sup>1)</sup> (в текущих ценах), млн руб.	274578,1	335984,0	372782,7	405126,4	450548,9	517999,8	531855,8	556190,5	600000,0
Среднедушевые денежные доходы <sup>2)</sup> (в текущих ценах), руб./мес.	12983,6	14452,3	16693,6	18660,3	21197,5	24454,5	23882,8	23925,4	24418,6
Производство товаров и услуг на душу населения <sup>3)</sup> (в текущих ценах), тыс. руб./чел.	180,3	221,1	245,6	267,0	296,9	341,4	350,6	367,1	398,0
Ввод жилья <sup>4)</sup> , тыс. кв. м	482,0	504,9	516,1	545,6	612,3	648,5	650,1	658,6	717,1
Количество зарегистрированных преступлений <sup>5)</sup> , тыс. ед.	32,7	28,0	27,4	27,0	26,9	29,5	26,2	24,2	25,3
Естественный прирост населения <sup>6)</sup> , чел.	584	1547	3699	2806	2599	2630	1822	-258	-1656
Смертность в трудоспособном возрасте <sup>6)</sup> , чел.	4063	3761	3455	3211	3176	2949	2878	2584	2412
Минимально необходимый месячный доход (в среднем на домохозяйство) <sup>7)</sup> , тыс. руб./мес.	*	45,018	*	57,704	60,644	65,113	67,518	67,991	*
Индекс-дефлятор <sup>8)</sup> (к предыдущему году)	1,142	1,159	1,091	1,054	1,075	1,076	1,032	1,054	1,103

\* Отсутствуют статистические данные.

Источники:

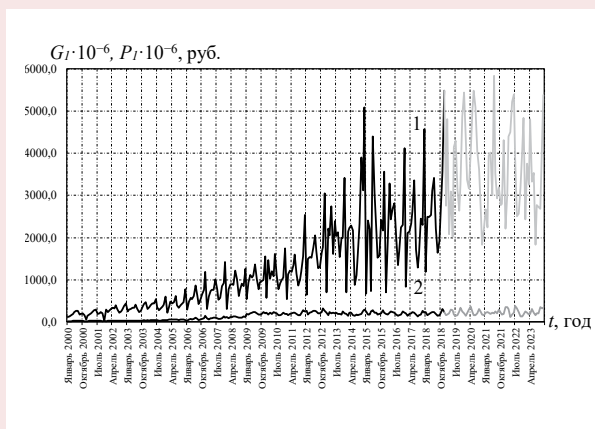
1) Валовой региональный продукт Удмуртской Республики. URL: <https://udmstat.gks.ru/folder/51922>2) Уровень жизни в Удмуртской Республике. URL: <https://udmstat.gks.ru/folder/51930>3) Доходы, расходы и потребление домашних хозяйств. URL: <https://www.gks.ru/compendium/document/13271>4) Ввод жилья в Удмуртской Республике. URL: <http://www.minstroy.ru/taxonomy/term/480>5) Регионы России. Основные характеристики субъектов Российской Федерации. URL: <https://www.gks.ru/folder/210/document/13205>6) Население Удмуртской Республики. URL: <https://udmstat.gks.ru/folder/51924>7) Итоги федеральных статистических наблюдений по социально-демографическим проблемам. URL: [https://www.gks.ru/free\\_doc/new\\_site/inspection/itog\\_inspect1.htm](https://www.gks.ru/free_doc/new_site/inspection/itog_inspect1.htm)8) Национальные счета. URL: <https://www.gks.ru/accounts>

На *рисунках 8–10* представлены результаты прогнозирования инвестиций в социальную сферу УР на период 2019–2023 гг. На *рисунке 11* приведен график сходимости к 1% уровню погрешности.

Отклонение модельных значений инвестиций от фактических данных по УР за 2000–2018 гг. в здравоохранение составляет 1,4%, образование – 1,2%, культуру – 1,1%.

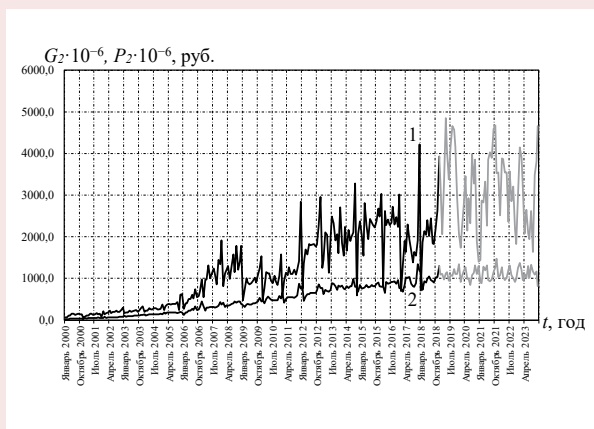
На основе формулы (10) рассчитана величина ЧК УР за период 2000–2018 гг. Результаты расчета величины ЧК УР за 2000–2018 годы и решения задачи, связанной с прогнозированием величины и динамики ЧК, с использованием результатов решения задачи прогнозирования объемов инвестиций в ЧК на основе нейросетевого моделирования на период 2019–2023 гг. представлены на *рисунке 12*.

Рис. 8. Динамика инвестиций в образование УР за 2000–2018 гг. и их прогноз на 2019–2023 гг.: бюджетные (1), частные (2)



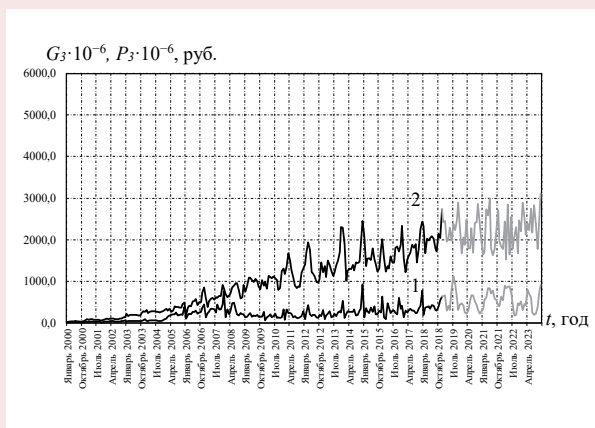
Источник: разработано авторами.

Рис. 9. Динамика инвестиций в здравоохранение УР за 2000–2018 гг. и их прогноз на 2019–2023 гг.: бюджетные (1), частные (2)



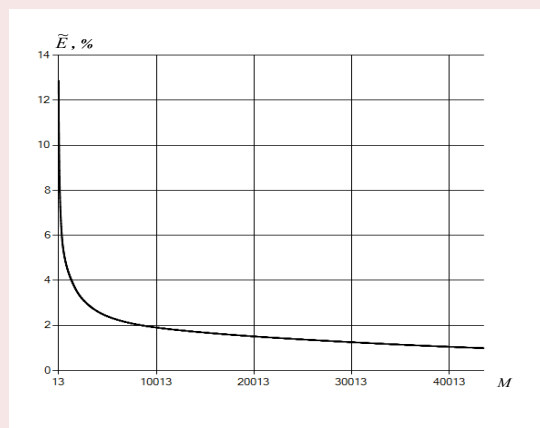
Источник: разработано авторами.

Рис. 10. Динамика инвестиций в культуру УР за 2000–2018 гг. и их прогноз на 2019–2023 гг.: бюджетные (1), частные (2)



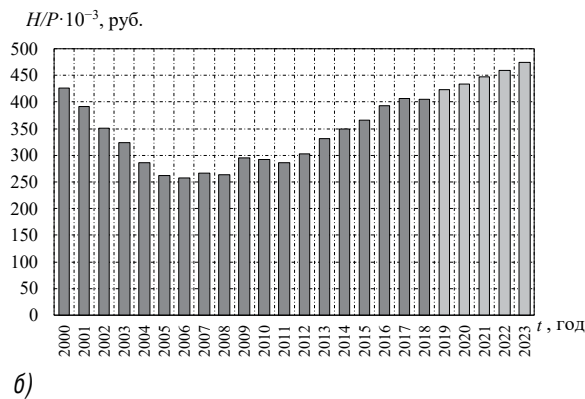
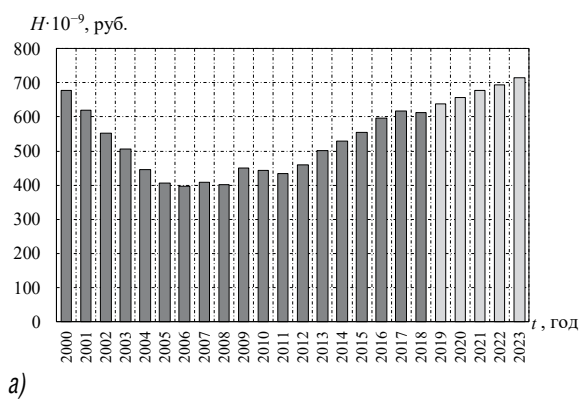
Источник: разработано авторами.

Рис. 11. Зависимость показателя качества обучения нейронной сети от числа итераций



Источник: разработано авторами.

Рис. 12. Динамика человеческого капитала (а) и удельной величины ЧК (б) УР за 2000–2018 гг. и его прогноз на 2019–2023 гг. в сопоставимых ценах



Источник: разработано авторами.

### Заключение

Построен нейросетевой алгоритм, на основе которого решена задача прогнозирования человеческого капитала на примере социально-экономической системы Удмуртской Республики.

Нейросетевое моделирование прогнозных значений объемов инвестиций в человеческий капитал показало свою эффективность. Так, отклонение модельных значений инвестиций в составляющие ЧК УР от фактических данных за период 2000–2018 гг. составило 1,4%.

Расчеты свидетельствуют, что величина человеческого капитала Удмуртской Республики снижалась в интервале 2000–2006 гг., в дальнейшем наблюдается рост этого показателя. Наибольшие темпы роста изучаемый показатель демонстрирует с 2013 года, прогнозируется его дальнейшее увеличение. В 2018 году размер ЧК на одного жителя УР составил порядка 400 тыс. руб.

Полученные результаты качественно коррелируют с динамикой изменения индекса человеческого развития России, определяемого специалистами ООН, который с 2000 по 2012 год возрос от значения 0,71 до 0,79 и в дальнейшем, вплоть до 2017 года, оставался практически постоянным, близким к значению 0,80.

Удмуртская Республика по многим социально-экономическим показателям является типичным регионом России<sup>2</sup> и характеризуется их среднероссийскими значениями, поэтому результаты и выводы, полученные в ходе исследования, можно экстраполировать на РФ в целом.

Предложенная методика расчета и прогноза величины, структуры и динамики человеческого капитала может быть использована для оценки и сравнения социально-экономического положения регионов Российской Федерации.

### Литература

1. Mincer J. Investments in Human Capital and Personal Income Distribution. *Journal of Political Economy*. 1958, Aug.
2. Schulz T. Investment in Human Capital. *American Economic Review*, 1961, vol. 1.
3. Becker G.S. Investment in Human Capital: Theoretical Analysis. *Journal of Political Economy*. Supplement. Oct., 1962.
4. Kuznets S. Quantitative Aspects of the Economic Growth of Nations. Paper VIII: Distribution of Income by Size. *Economic Development and Cultural Change*, 1963.

<sup>2</sup> Рейтинг социально-экономического положения регионов. URL: <https://riarating.ru/infografika/20190604/630126280.html>

5. Эренберг Р.Д., Смит Р.С. Современная экономика труда. Теория и государственная политика. М.: Изд-во МГУ, 1996. 198 с.
6. Корицкий А.В. Введение в теорию человеческого капитала. Новосибирск: Изд-во СибУПК, 2000. 112 с.
7. Акопян А.С., Бушуев В.В., Голубев В.С. Эргодинамическая модель человека и человеческий капитал // *Общественные науки и современность*. 2002. № 6. С. 98–106.
8. Малков С.Ю., Болохова К.А., Давыдова О.И. Модель оценки и прогноза развития человеческого капитала // *Экономика и управление: проблемы, решения*. 2016. № 7. С. 7–16.
9. Айвазян С.А., Степанов В.С., Козлова М.И. Измерение синтетических категорий качества жизни населения региона и выявление ключевых направлений совершенствования социально-экономической политики // *Прикладная эконометрика*. 2006. № 2. С. 18–84.
10. Xu Y., Li A. The relationship between innovative human capital and interprovincial economic growth based on panel data model and spatial econometrics. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2020. DOI: 10.1016/j.cam.2019.112381
11. Тимербулатов Р.М. Инвестиции в человеческий капитал как фактор повышения конкурентоспособности предприятия // *Вестник Саратовского государственного социально-экономического университета*. 2016. № 1. С. 40–42.
12. Китаева Л.В., Хайбулаев Х.У. Инвестиции в человеческий капитал: проблемы теории и практики // *Вестник экспертного совета*. 2018. № 1–2 (12–13). С. 93–100.
13. Чернов Г.Е., Чернова Е.В. Человеческий капитал как определяющий вектор развития экономики в XXI в. // *Общество: политика, экономика, право*. 2016. № 11. С. 54–61.
14. Рябых В.Н., Рябых Е.Б. Социально-экономический аспект человеческого капитала в современной глобальной экономике // *Вестник Тамбовского университета. Серия: Гуманитарные науки*. 2015. № 9 (149). С. 129–136.
15. Роль человеческого капитала в современной экономике и показатели ее оценки / Н.А. Серебрякова, С.А. Волкова, О.О. Шендрикова, Т.А. Волкова // *Вестник ВГУИТ*. 2017. Т. 79. № 4. С. 253–259. DOI: 10.20914/2310-1202-2017-4-253-259
16. Михалева О.М. Роль человеческого капитала в инновационном развитии территорий // *Вестник Брянского государственного университета*. 2019. № 1. С. 183–189.
17. Стабинская Ю.А. Обоснование роли человеческого капитала в экономическом росте стран Европейского союза: современные методы увеличения эффективности национальных запасов человеческого капитала // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Экономика*. 2019. Т. 27. № 1. С. 35–48. DOI: 10.22363/2313-2329-2019-27-1-35-48
18. Кетова К.В. Математические модели экономической динамики: монография. Ижевск: ИЖГТУ, 2013. 284 с.
19. Schmidhuber J. Deep learning in neural networks: An overview. *Neural Networks*, 2015, vol. 61, pp. 85–117. DOI: 10.1016/j.neunet.2014.09.003
20. Nguyen G., Dlugolinsky S., Bobk, M. Machine Learning and Deep Learning frameworks and libraries for large-scale data mining: a survey. *Artificial Intelligence Review*, 2019, vol. 52, pp. 77–24. DOI: 10.1007/s10462-018-09679-z
21. Vavilova D.D., Ketova K.V., Kasatkina E.V. Application of Genetic Algorithm for Adjusting the Structure of Multilayered Neural Network for Prediction of Investment Processes // *Материалы VIII Международной конференции «Технические университеты: интеграция с европейскими и мировыми системами образования»*, 2019. Т. 1. С. 223–233.
22. Цой Ю.Р., Спицын В.Г. Эволюционный подход к настройке и обучению искусственных нейронных сетей // *Нейроинформатика*. 2006. Т. 1. № 1. С. 34–61.
23. Ясницкий Л.Н. Интеллектуальные информационные технологии и системы. Пермь: Пермский государственный национальный исследовательский университет, 2007. 271 с.
24. Effati S., Nazemi A. Neural network models and its application for solving linear and quadratic programming problems. *Applied Mathematics and Computation*, 2006, vol. 172, no. 1, pp. 305–331. DOI:10.1016/j.amc.2005.02.005

25. Ghanbarzadeh M., Aminghafari M. A novel wavelet artificial neural networks method to predict non-stationary time series. *Communications in Statistics-theory and Methods*, 2018, vol. 49, no. 4, pp. 864–878. DOI: 10.1080/03610926.2018.1549259
26. McCulloch W.S., Pitts W. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. *Bull. Math. Biophys.*, 1943, vol. 5, pp. 115–133.
27. Hebb D.O. *The Organization of Behavior: A Neuropsychological Theory*. Wiley, 1949. 335 p.
28. Rosenblatt F. *Principles of Neurodynamics: Perceptrons and the Theory of Brain Mechanisms*. Washington, D.C. Spartan books, 1962. 480 p.
29. Kohonen T. *Self-Organizing Maps (Third Extended Edition)*. New York, 2001. 501 p.
30. Grossberg S. Competitive learning: From interactive activation to adaptive resonance. *Cognitive Science*, 1987, vol. 11, no. 1, pp. 23–63.
31. Werbos P.J. *Beyond Regression: New tools for Prediction and Analysis in the Behavioral Sciences*. Harvard University, Cambridge, 1974.
32. Minsky M.L., Papert S. *Perceptrons: an Introduction to Computational Geometry*. Cambridge, Mass., 1969. 112 p.
33. Fukushima K., Miyake S., Takayuki I. Neocognitron: A neural network model for a mechanism of visual pattern recognition. *IEEE Transaction on Systems, Man and Cybernetics SMC*, 1983, vol. 13 (5), pp. 26–34.
34. Hopfield J.J., Tank D.W. Neural computation of decisions in optimization problems. *Biological Cybernetics*, 1985, vol. 52, no. 3, pp. 141–152.
35. Haykin S. *Neural Networks: A Comprehensive Foundation. United States*, 1998. 842 p.
36. Hecht-Nielsen R. *Confabulation Theory*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2007. 116 p.
37. Юнусова Л.Р., Магсумова А.Р. Алгоритмы обучения искусственных нейронных сетей // Проблемы науки. 2019. № 7 (43). С. 21–25.
38. Митинская А.Н., Матыч М.А. Исследование проблемы прогнозирования с использованием нейронных сетей // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2015. Т. 3. № 7–2 (18–2). С. 30–31. DOI: 10.12737/15021
39. Шагалова П.А. Реализация системы распознавания образов на базе нейросетевого подхода для анализа временных рядов // Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева. 2015. № 3 (110). С. 85–90.
40. Savarretta F., Naldi G. Mathematical study of a nonlinear neuron model with active dendrites. *Aims Mathematics*, 2019, vol. 4, no. 3, pp. 831–846. DOI:10.3934/math.2019.3.831
41. Айвазян С.А., Афанасьев М.Ю., Кудров А.В. Индикаторы основных направлений социально-экономического развития и их агрегаты в пространстве характеристик региональной дифференциации // Прикладная эконометрика. 2019. № 2 (54). С. 51–62.
42. Кетова К.В., Русяк И.Г., Романовский Ю.М. Математическое моделирование человеческого капитала // Компьютерные исследования и моделирование. 2019. Т. 11. № 2. С. 329–342. DOI: 10.20537/2076-7633-2019-11-2-329-342
43. Русяк И.Г., Кетова К.В. Идентификация и прогнозирование обобщающих показателей развития региональной экономической системы // Прикладная эконометрика. 2009. № 3 (15). С. 56–71.
44. Рутковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л. Нейронные сети. генетические алгоритмы и нечеткие системы. М.: Горячая линия – Телеком, 2006.

### Сведения об авторах

Каролина Вячеславовна Кетова – доктор физико-математических наук, профессор, Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова (426069, Российская Федерация, Удмуртская Республика, г. Ижевск, ул. Студенческая, д. 7; e-mail: ketova\_k@mail.ru)

Дайана Дамировна Вавилова – ассистент, Ижевский государственный технический университет имени М.Т. Калашникова (426069, Российская Федерация, Удмуртская Республика, г. Ижевск, ул. Студенческая, д. 7; e-mail: vavilova\_dd@mail.ru)



Ketova K.V., Vavilova D.D.

## Neural Network Forecasting Algorithm as a Tool for Assessing Human Capital Trends of the Socio-Economic System

**Abstract.** The article addresses the issue of neural network forecasting of human capital size, structure, and dynamics. The object of the research is the socio-economic system. The subject of the study is the practice of applying neural network models to forecasting socio-economic indicators, human capital in particular. The purpose of this work is to apply neural network modeling and adapt its algorithms to build a forecast of the studied indicator for the future. The statistical base is data on demography, the investment volume in human capital of the regional economic system, as well as the indicators of socio-economic development. The investment volume in human capital is determined by budget and private citizens' expenditures. To forecast the human capital dynamics the authors used the values of investment volumes the forecast of which, in turn, is built using a neural network modeling. The neural network model used in this study is a multi-layer fully connected perceptron with a sigmoid logistic activation function. Neural network modeling of forecast values of investment volumes has shown its effectiveness. Human capital assessment for the period of 2000–2018 and its forecast for the period of 2019–2023 are based on the example of the regional economic system of the Udmurt Republic. Our calculations show that the highest growth rate of the studied indicator has been demonstrated since 2013, and its further increase is predicted. The results obtained correlate qualitatively with the dynamics of changes in the Russian human development index, determined by the UN experts. The proposed method of calculating and forecasting human capital can be used to assess and compare the socio-economic situation of Russia's regions.

**Key words:** human capital, neural network modeling, algorithm forecast, investments, socio-economic system.

### Information about the Authors

Karolina V. Ketova – Doctor of Sciences (Physics and Mathematics), Professor, M.T. Kalashnikov Izhevsk State Technical University (7, Stydancheseskaya Street, Izhevsk, 426069, Udmurt Republic, Russian Federation; e-mail: ketova\_k@mail.ru)

Diana D. Vavilova – Assistant, M.T. Kalashnikov Izhevsk State Technical University (7, Stydancheseskaya Street, Izhevsk, 426069, Udmurt Republic, Russian Federation; e-mail: vavilova\_dd@mail.ru)

Статья поступила 22.01.2020.